Première spé maths - **Evaluation N°2** - **1h50** - **octobre 2021**

Calculatrices autorisées en mode examen

La qualité de la rédaction entrera en grande part dans la notation

---

Exercice 1 (6 points)

Equations et inéquations

1) Soit f la fonction trinôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 3x^2 - x - 2$.

   a) Déterminer les racines de $f(x)$.

   b) Factoriser $f(x)$.

   c) résoudre $f(x) > 0$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations et inéquations suivantes :

   a) $-3x^2 + 2x - 3 = x - 1$

   b) $\dfrac{x+1}{x-2} \leq x$

   c) $x^4 - x^2 - 6 = 0$

   d) $\dfrac{2}{x-1} + \dfrac{3}{x} \leq \dfrac{3x^2 - 5x}{x(x-1)}$

Exercice 2 (5 points)

Vrai - Faux (justifier)

Les questions de cet exercice sont indépendantes. Pour chaque question, une affirmation est proposée. Indiquer si chacune d'elle est vraie ou fausse, **en justifiant la réponse.**

1. **Affirmation 1 :** pour tout réel x, $9x^2 - 6x + 1 > 0$.
2. **Affirmation 2 :** Pour tout réel donné a, l'équation $x^2 + ax + a^2 = 0$ n'a pas de solution.
3. **Affirmation 3 :** La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 8x - 1$ a pour minimum 7.
4. **Affirmation 4 :** l'équation $x^2 + \sqrt{a^2+1}x - 1 = 0$, où a est un réel donné, possède deux racines de produit -1.
5. **Affirmation 5 :** si on pose x_1 et x_2 les deux racines du polynôme $ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois réels avec $a \neq 0$, alors :

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{b}{c}$$

Exercice 3 (2 points)

Logique

a, b et c sont trois réels avec $a \neq 0$.

Soit f la fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = ax^2 + bx + c$ de discriminant strictement positif. Soit α un nombre réel.

1. Montrer que, si α est compris entre les racines de f, alors $a \times f(\alpha) < 0$.
2. La condition $a \times f(\alpha) < 0$ est elle une condition nécessaire et suffisante pour que α soit compris entre les racines de f ?
3. Proposer une inéquation du second degré ayant pour ensemble de solution l'intervalle $]-7; 2[$.
4. Proposer une inéquation du second degré ayant pour solution la réunion des intervalles $]-\infty; 2]$ *et* $[9; +\infty[$.

Exercice 4

(2 points)

On considère le polynôme $P(x) = 2x^3 - x^2 - 7x + 6$.

1) Vérifier que 1 est racine de P.
2) Déterminer trois réel a, b et c , tels que, pour tout réel x, $P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$.
3) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $P(x) = 0$.

Exercice 5

(3 points +1)

Equation paramétrique

Soit l'équation (E_m) : $(m-3)x^2 + mx - 1 = 0$, avec $m \in \mathbb{R}$.

1) Si $m = 3$ que peut-on dire de l'équation ? Résoudre alors cette équation (E_3).
2) Déterminer la valeur de m pour que 1 soit solution de (E_m).

   Y a-t-il alors une autre solution, si oui, laquelle, si non, expliquez.
3) A quelle condition sur m l'équation (E_m) n'a pas de solution ?
4) *bonus (plus difficile, à faire en fin de devoir) :*

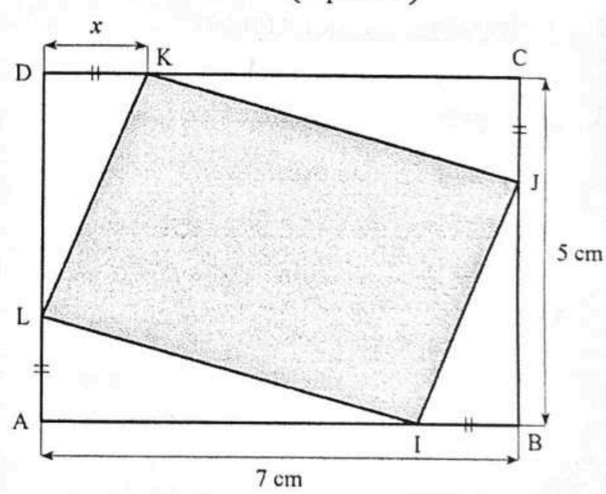
   L'équation (E_m) peut-elle avoir deux racines positives ? si oui, pour quelles valeurs de m ?

Exercice 6

(2 points)

Prendre toutes les initiatives

On considère la figure suivante :



Déterminer la ou les valeurs de x pour que le parallélogramme grisé IJKL ait une aire de 25 cm².

Toutes tentatives de recherche seront prises en compte dans la notation.

On rappelle les formules des aires des rectangles et des triangles :

$$Aire(rectangle) = longueur \times largeur \quad et \quad Aire(triangle) = \frac{base \times hauteur}{2}$$

Bonus 2

Pour ceux qui ont du temps et une idée…

Un rectangle a une aire de 120cm² et une diagonale de 17 cm. Déterminer sa longueur et sa largeur.