

Complexes

⌚ 1h15 autorisée



Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$

I Exercice

Déterminer le conjugué des nombres complexes suivants :

1) $z_1 = 3i$

2) $z_2 = -i(1 + 4i)$

3) $z_3 = \frac{2i}{i+3} - \frac{3}{2+3i}$

On donnera leur forme algébrique.

II Exercice

Dans le plan complexe A, B et C sont les points d'axe :

$$z_A = \frac{1}{3} - i$$

$$z_B = 1 + 2i$$

$$z_C = \frac{7}{3} + 8i$$

- 1) Calculer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
- 2) Montrer que les points A, B et C sont alignés.

III Exercice

Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

1) $-\frac{i}{z+1} = 2$

2) $i\bar{z} - 1 = 2z + 2i$

3) $\frac{z+3i}{-5iz+2} = -i$

IV Vrai ou Faux?

- 1) Si $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$, alors z^4 est un nombre réel.
- 2) Si $z + \bar{z} = 0$, alors $z = 0$.
- 3) Si $z + \frac{1}{z} = 0$, alors $z = i$.

V Exercice

On considère le complexe $z = x^2 + y^2 - 2x - 3 + i(2x - 1 + y)$.

- 1) Déterminer et représenter l'ensemble (E) des points M d'affixe $\overset{(x+iy)}{z}$ tel que z soit réel.
- 2) Déterminer et représenter l'ensemble (F) des points M d'affixe $\overset{(x+iy)}{z}$ tel que z soit un imaginaire pur.

Rappel (1^{re}) Le cercle de centre $\Omega(a, b)$ et de rayon r , a pour équation cartésienne : $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$

VI Exercice

Dans le plan complexe, on associe à tout point M d'affixe z non nul le point M' d'affixe z' tel que $z' = \frac{10}{\bar{z}}$.
Que pouvez-vous dire de la position relative de O, M et M'?

VII Exercice

Déterminer l'ensemble de points M d'affixe z du plan complexe tels que $Z = z^2 + \bar{z}$ soit réel.

