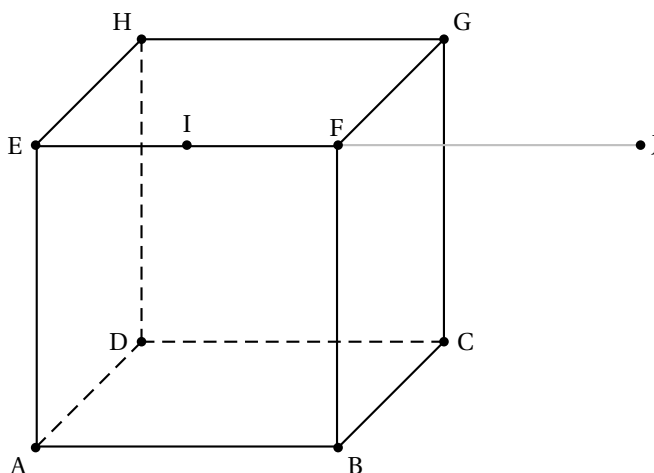


EXERCICE 1

5 points

On considère le cube ABCDEFGH de côté 1, le milieu I de [EF] et J le symétrique de E par rapport à F.



Dans tout l'exercice, l'espace est rapporté au repère orthonormé $(A; \vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AE})$.

1.
 - a. Par lecture graphique, donner les coordonnées des points I et J.
 - b. Montrer que $\vec{DJ}$ est un vecteur normal au plan (BGI).
 - c. Montrer qu'une équation cartésienne du plan (BGI) est $2x - y + z - 2 = 0$.
2. On note d la droite passant par F et orthogonale au plan (BGI).
 - a. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d .
 - b. Déterminer les coordonnées du point L, intersection de la droite d et du plan (BGI).
3. On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule $V = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$ où $\mathcal{B}$ est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base.
Calculer l'aire du triangle BGI.

EXERCICE 2

4 points

1. Calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_0^1 \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}} dx$$

$$J = \int_1^5 \frac{1}{\sqrt{3t+1}} dt$$

2. Calculer l'intégrale suivante à l'aide d'une double intégration par parties :

$$L = \int_0^1 x^2 e^x dx$$

Tournez svp!

EXERCICE 3

5 points

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = xe^{-x} - 0,1$.

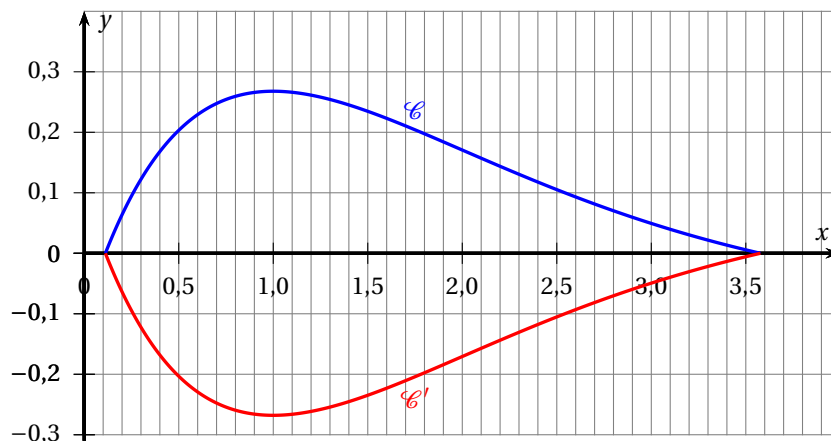
1. Déterminer la limite de f en $+\infty$.
2. Étudier les variations de f sur $[0; +\infty[$ et dresser le tableau de variations.
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée α sur l'intervalle $[0; 1]$.

On admet l'existence du nombre réel strictement positif β tel que $\alpha < \beta$ et $f(\beta) = 0$.

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[\alpha; \beta]$ dans un repère orthogonal et $\mathcal{C}'$ la courbe symétrique de $\mathcal{C}$ par rapport à l'axe des abscisses.

L'unité sur chaque axe représente 5 mètres.

Ces courbes sont utilisées pour délimiter un massif floral en forme de flamme de bougie sur lequel seront plantées des tulipes.



4. Démontrer que la fonction F , définie sur l'intervalle $[\alpha; \beta]$ par $F(x) = -(x+1)e^{-x} - 0,1x$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[\alpha; \beta]$.
5. Calculer, en unités d'aire, une valeur arrondie à 0,01 près de l'aire du domaine compris entre les courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$.
On utilisera les valeurs arrondies à 0,001 près suivantes : $\alpha \approx 0,112$ et $\beta \approx 3,577$.
6. Sachant que l'on peut disposer 36 plants de tulipes par mètre carré, calculer le nombre de plants de tulipes nécessaire à la réalisation de ce massif.

EXERCICE 4

4 points

La suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = \int_0^1 x^n \ln(x+1) dx$.

1. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
2. a. Démontrer que pour tout entier naturel n non nul, $u_n \leq \frac{\ln 2}{n+1}$.
b. En déduire la limite de la suite (u_n) .

EXERCICE 5

2 points

Le plan est muni d'un repère orthogonal d'unités 2 cm sur (Ox) et 3 cm sur (Oy) .

Déterminer l'aire, en cm^2 , du domaine $\mathcal{D}$ défini comme l'ensemble des points du plan situés entre l'axe des abscisses et la courbe d'équation $y = \frac{\ln x}{x}$ sur l'intervalle $\left[\frac{1}{4}; 4\right]$.

En donner une valeur approchée au mm^2 près.