SPÉCIALITÉ 1E **2 HEURES**

DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES

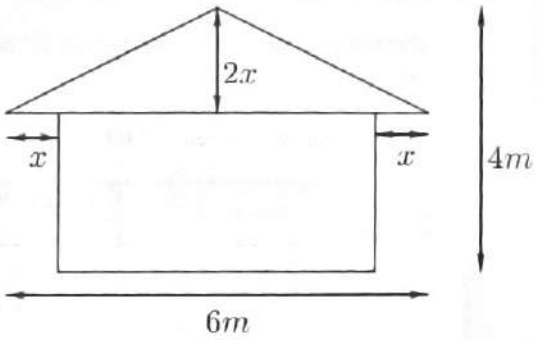
Lundi 13 décembre 2021

Le sujet comporte 4 exercices

La calculatrice est autorisée, mais les calculs devront être détaillés

EXERCICE 1 : 5 POINTS

Un restaurant conçoit un logo pour son enseigne ; la forme de ce logo (un rectangle surmonté d'un triangle isocèle) est représentée dans la figure ci-contre.
Le logo est fabriqué à partir d'une plaque métallique, et on étudie le coût de l'approvisionnement en métal pour fabriquer le logo. Le prix d'une plaque métallique est de 100 euros par m².



1. A quel intervalle x appartient-il ?
2. Calculer l'aire S(x) de ce logo.
   Rappel : aire d'un triangle : $\frac{base \times hauteur}{2}$
3. Montrer que le coût du métal nécessaire pour fabriquer cette plaque est $f(x)=400x^2-1400x+2400$ euros
4. Déterminer la longueur x telle que le coût du métal nécessaire soit égale à 1400 euros.
5. Suite à l'épidémie de Covid, le budget du restaurateur est revu à la baisse et il cherche à limiter ses dépenses
   Calculer la valeur x qui minimise le coût du métal nécessaire, et calculer ce coût minimal.

EXERCICE 2 : 4 POINTS

ATTENTION À BIEN DÉTAILLER LES CALCULS.

1. On donne $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.
   Calculer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.
2. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ puis $\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)$ puis $\cos\left(\frac{1081\pi}{12}\right)$
3. Les points repérés sur le cercle trigonométrique par les angles $\frac{53\pi}{12}$ et $\frac{31\pi}{12}$ sont-ils confondus ? Justifier.
4. Voici une fonction f programmée en langage Python :

```
from math import*
def f(x):
    A=1-sin(x)**2
    B=sqrt(A)
    return(B)
```

Que retourne $f(\frac{\pi}{12})$? Arrondir le résultat à 10^{-3} près.

EXERCICE 3 : 5,5 POINTS

Une enseigne de jardinerie vend des lots de bulbes de crocus.

- 40% des lots sont à fleurs roses , 30% à fleurs jaunes et le reste est à fleurs blanches.
- D'autre part 85% des lots à fleurs roses, 90% des lots à fleurs jaunes et 80% des lots à fleurs blanches fleurissent entièrement une fois plantés.

On choisit un lot au hasard et on note R l'évènement « le lot est à fleurs roses », J l'évènement « le lot est à fleurs jaunes » et B l'évènement « le lot est à fleurs blanches » et F l'évènement « le lot fleurit entièrement ».

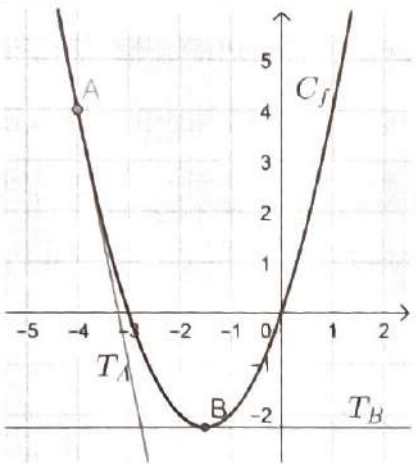
1. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
2. Justifier que la probabilité que le lot fleurisse entièrement une fois planté est égale à 0,85.
3. Déterminer la probabilité que le lot soit à fleurs jaunes, sachant qu'il a fleuri entièrement (on arrondira le résultat au millième).
4. Compléter le tableau suivant : (on travaillera en pourcentages)

	Lots à fleurs roses	Lots à fleurs jaunes	Lots à fleurs blanches	Total
Le lot fleurit entièrement				
Le lot ne fleurit pas entièrement				
Total				

5. Utiliser les données du tableau pour calculer $P(J \cap \overline{F})$ et $P_F(B)$
6. Les évènements J et F sont-ils indépendants ? Interpréter le résultat.

EXERCICE 4 : 5,5 POINTS

ATTENTION À BIEN DÉTAILLER LES CALCULS.

On considère la fonction f définie sur R par $f(x)=x^2+3x$

1. Démontrer que pour h réel non nul le taux de variation de f entre 4 et 4+h est de 11+h.
2. En déduire le nombre dérivé de f en 4.
3. On note C la courbe représentative de f dans un repère. Que représente graphiquement ce nombre dérivé en 4.
4. Déterminer algébriquement une équation de la tangente à C en M (4 ; 28).
5. On donne ci-contre la courbe représentative C de la fonction f. Par lecture graphique, déterminer f '(– 4) et $f'(\frac{-3}{2})$
6. En déduire les équations réduites de T_A et de T_B