



EXAMEN DE FIN D'ANNÉE
DECEMBRE 2021

MATIERE : MATHÉMATIQUES

NOM :

STAFF : Luc de MARTINO

NUMERO :

DATE : Jeudi 9 décembre 2021

CLASSE : 1^e Bac Français

HEURE : De 08h00 à 11h00

SALLE : CE 203

Papier:

Ligné ☐

Brouillon ☒

Quadrillé ☒ Aucun ☐

Calculatrice:

Graphique ☒

Standard ☒

Aucun ☐

Je m'engage à effectuer cet examen avec la rigueur et l'intégrité attendues par nos codes.

Signature

EXERCICE N° 1 : (2 pts)

Soit m un réel. On considère l'équation (E) d'inconnue x :

$$x^2 + 6x + 3 - 2m = 0$$

- a) Pour quelles valeurs de m , l'équation (E) admet-elle deux racines *distinctes* ?
 b) Lorsque l'équation (E) admet deux racines *distinctes*, donner leur écriture littérale.

EXERCICE N° 2 : (4 pts)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

a) $\frac{x-1}{x-3} - 2 \geq \frac{-x+2}{x-5}$

b) $\frac{2x^2 - x - 15}{-x^2 + 2x - 10} \geq 0$

EXERCICE N° 3 : (2 pts)

Calculez les limites proposées :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^4 + 7}{-3x^4 + 2x + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{-x^2 + 7x + 3}$

EXERCICE N° 4 : (4 pts)

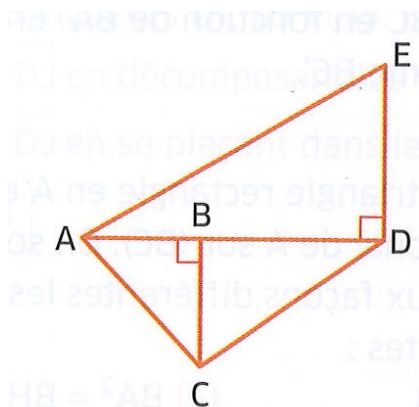
Précisez les ensembles de dérivabilités puis calculez les dérivées proposées :

$f(x) = \sqrt{-5x+1}$;

$g(x) = -2(-3x^2 + 4x + 6)^2$.

EXERCICE N° 5 : (5 pts)

Sur la figure ci-dessous, on donne $AE = 4$, $AC = 2$, $\widehat{DAE} = 30^\circ$ et $\widehat{BAC} = 45^\circ$



1. Calculer les longueurs AB et AD .

2. Déterminer la valeur des produits scalaires suivants :

a. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DA}$

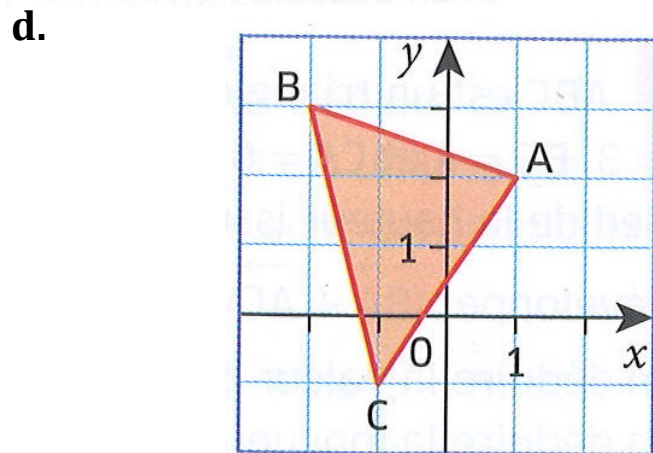
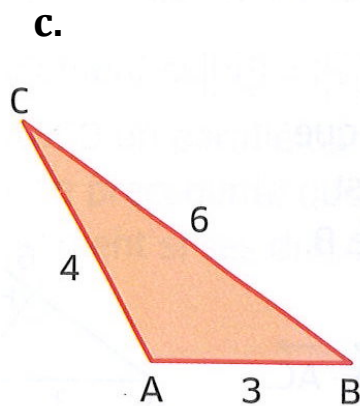
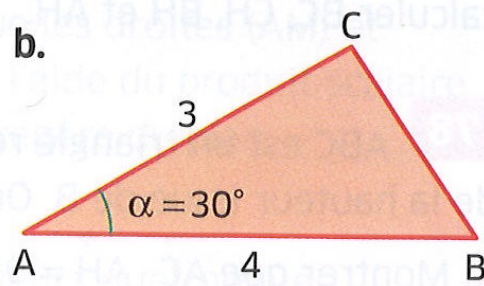
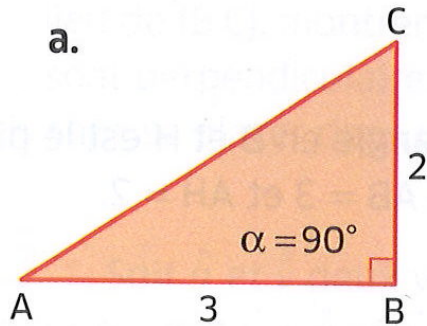
b. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE}$

c. $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{CB}$

d. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DC}$

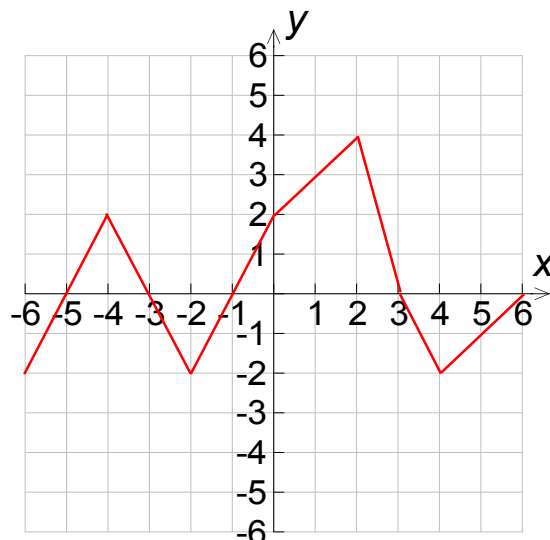
EXERCICE N° 6 : (4 pts)

Dans les quatre figures données ci-dessous, choisir la formule adéquate pour calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$

**EXERCICE N° 7 : (6 pts)**

On a représenté le tracé d'une fonction f dans un repère orthonormé $(O ; \overrightarrow{i} ; \overrightarrow{j})$. En vous appuyant sur le graphique, répondre aux questions suivantes :

- Lire l'image de -1 et donner $f(0)$. Quels sont les antécédents de -2 et de 5 ?
- Évaluer $f'(5)$ et donner le nombre dérivé en -3 .
- La fonction est-elle dérivable en 2 ? Justifier.
- Résoudre $f(x) > -4x - 8$



EXERCICE N° 8 : (2 pts)

Vérifier que $(2 + \sqrt{2})^2 = 6 + 4\sqrt{2}$, puis résoudre dans $\mathbb{R}$ le système suivant :

$$\begin{cases} -2x^2 + x + 1 \leq 0 \\ x^2 - (2 - \sqrt{2})x - 2\sqrt{2} > 0 \end{cases}$$

EXERCICE N° 9 : (2 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -4x^2 + 7x$

- a) Montrer que le taux de variation de f entre a et $a + h$ est égal à

$$\tau_a(h) = -8a - 4h + 7$$

- b) En déduire que f est dérivable en a .
 c) Préciser, pour tout réel a , le nombre dérivé de f en a .
 d) Calculer $f'(-1)$. Que représente la valeur de $f'(-1)$?

EXERCICE N° 10 : (12 pts)

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{4x^2 + 5x + 3}{2x + 2}$.

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthogonal, la représentation graphique (ζ) de f ainsi que la droite (Δ) d'équation $y = 2x + \frac{1}{2}$.

1. En vous appuyant sur le graphique, donnez quelques conjectures :
De quel signe sont les ordonnées de la courbe ? Que pensez-vous du rôle de (Δ) et de la droite d'équation $x = -1$ pour (ζ) ? Que semble être le point de coordonnées $\left(-1 ; -\frac{3}{2}\right)$ pour (ζ) ?
2. a. Déterminez l'ensemble de définition de f .
b. Montrez que f peut s'écrire : $f(x) = ax + b + \frac{c}{2x + 2}$, où a , b et c sont trois réels à déterminer.
c. Montrez que (Δ) est asymptote à la courbe (ζ) au voisinage des infinis.
d. Montrez que le point Ω de coordonnées $\left(-1 ; -\frac{3}{2}\right)$ est centre de symétrie à (ζ) .
e. Déterminez les limites aux bornes de l'ensemble de définition.
f. Précisez l'ensemble de dérivabilité de f et montrez que : $f'(x) = \frac{8x^2 + 16x + 4}{(2x + 2)^2}$.
g. Dressez le tableau complet des variations de f .
h. Montrez que l'équation $f(x) = 6$ admet une solution unique β sur $[0 ; +\infty[$.
i. Donnez un encadrement à 10^{-2} près du réel β .
j. Étudiez, suivant les valeurs de x , le signe de la différence (*choisir le bon $f(x)$*) :
 $f(x) - \left(2x + \frac{1}{2}\right)$; interprétez géométriquement le résultat.
k) Donnez l'équation réduite de la tangente (ζ) à la courbe au point d'abscisse 1.
3. Les calculs ont-ils confirmé ou infirmé les conjectures ?

