

Problèmes (durée 1h)

EXAMEN DE PHYSIQUE DES ONDES

EXERCICE I (Effet Doppler)

1) La relation Doppler est identique pour les ondes acoustiques et les ondes lumineuses. Un automobiliste se rapproche d'un feu rouge. A quelle vitesse doit-il rouler pour le voir de couleur orange ($\lambda' \leq 615 \text{ nm}$) au lieu de rouge ($\lambda \geq 625 \text{ nm}$) ? On rappelle que la vitesse de la lumière est $c = 3.10^8 \text{ m/s}$ et on négligera tous les effets relativistes.

On a $\lambda = \frac{c}{\nu}$ et $\lambda' = \frac{c}{\nu'}$. On en déduit que $\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\nu'}{\nu}$

Et la relation Doppler $\nu' = \nu \frac{1 - \frac{V_r}{c} \cos(\theta_r)}{1 - \frac{V_s}{c} \cos(\theta_s)}$

Dans ce problème, la source (le feu) est fixe. $V_s = 0$.

Le récepteur (l'automobiliste) se déplace à V_r en direction opposée à celle de la lumière $\theta_r = \pi$

On a donc :

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{V_r}{c} \cos(\theta_r) \right) = \nu \left(1 + \frac{V_r}{c} \right) \text{ d'où } \frac{\nu'}{\nu} = 1 + \frac{V_r}{c} \text{ et}$$

$$V_r = c \left(\frac{\nu'}{\nu} - 1 \right) = c \left(\frac{\lambda}{\lambda'} - 1 \right) = 3.10^8 \left(\frac{625}{615} - 1 \right) \approx 4878 \text{ km/s}$$

2) La vitesse est limitée à 80 km/h. L'automobiliste a le choix entre payer une amende forfaitaire de 3500 € pour non respect du feu rouge ou de 0,001€ par km/h au-dessus de la vitesse limite pour excès de vitesse. Quel est le choix le plus économique ?

$$4878 \text{ km/s} \Rightarrow 4878 \times 3600 = 17560800 \text{ km/h}$$

$$\text{Le tarif de l'excès de vitesse est donc de } (17560800 - 80) \times 0,001 = 17560,75 \text{ €}$$

L'amende pour non respect du feu rouge est donc plus économique.

EXERCICE II (ondes acoustiques)

On prendra la vitesse du son dans l'air = 311 m.s^{-1} .

Partie I

A l'instant $t = 0 \text{ s}$, un générateur alternatif sinusoïdal G de basse fréquence excite un haut-parleur H situé à l'origine d'un axe Hx (figure a).

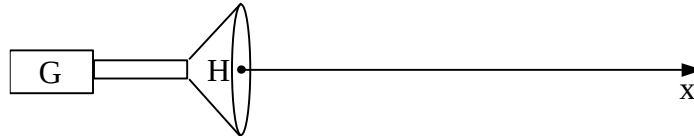


figure a

Le générateur émet un signal de pulsation ω et d'amplitude A_0 . A l'instant $t = 0$ le haut-parleur est à la position d'équilibre et se déplace dans le sens positif. On appelle φ la phase à l'origine.

- Donner, dans l'espace réel, l'équation horaire décrivant $A(t)$ la vibration de H. Calculer φ . Préciser la dimension de l'amplitude de cette équation.

Le déplacement du HP, (donc l'amplitude dans l'équation du mouvement) est une longueur

On a $A(t) = A_0 \cos(\omega t + \varphi)$

$$A(t=0) = 0 \Rightarrow A_0 \cos(\varphi) = 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} + n\pi$$

Déplacement dans le sens > 0 à $t=0$:

$$\text{la vitesse} = \frac{\partial A(t)}{\partial t} = -A_0 \omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{\partial A(t=0)}{\partial t} > 0 \Rightarrow -A_0 \omega \sin(\varphi) = -A_0 \omega \sin\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) > 0$$

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + n\pi\right) < 0 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2} + 2n\pi$$

$$\Rightarrow A(t) = A_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

2. Une onde sonore progressive se propage alors le long de l'axe Hx. On fixe l'origine de l'axe à la position du HP et on garde la même convention pour la variable t . Ecrire, dans l'espace réel, l'équation de cette onde. Préciser la dimension de l'amplitude de l'onde.

$$P(x, t) = P_0 \cos(\omega t - k \cdot x + \varphi) = P_0 \cos\left(\omega t - k \cdot x - \frac{\pi}{2}\right)$$

On a

$$P_0 \text{ est une pression } \left(\frac{\|F\|}{L^2} = \frac{M \cdot L \cdot T^{-2}}{L^2} = M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2} \right)$$

3. La fréquence du générateur est $\nu = 495$ Hz. Exprimer, dans l'espace réel, l'équation horaire du point M d'abscisse $x = 50$ cm.

$$P(x, t) = P_0 \cos\left(\omega t - k \cdot x - \frac{\pi}{2}\right)$$

On a

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \nu}{c} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 495}{311} = 10 \cdot m^{-1}$$

$$\Rightarrow P(x, t) = P_0 \cos\left(3110 \cdot t - 10 \cdot x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$P(0,5, t) = P_0 \cos\left(3110 \cdot t - 10 \cdot 0,5 - \frac{\pi}{2}\right) = P_0 \cos\left(3110 \cdot t - 5 - \frac{\pi}{2}\right)$$

4. Exprimer, (par exemple à partir de la longueur d'onde), l'état vibratoire des points de coordonnée $x_1 = 0,157$ m, $x_2 = 1,57$ m et $x_3 = 6,28$ m par rapport à H ?

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{10} = 0,628 \cdot m$$

$$P(0, t) = P_0 \cos\left(3110 \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x_1 = 0,157 \text{ m} = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow P(x_1, t) = P_0 \cos\left(3110 \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\lambda}{4} - \frac{\pi}{2}\right) = P_0 \cos\left(3110 \cdot t - \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \text{en quadrature de phase}$$

$$x_2 = 1,57 \text{ m} = 2,5 \cdot \lambda \Rightarrow P(x_2, t) = P_0 \cos\left(3110 \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2,5 \cdot \lambda - \frac{\pi}{2}\right) = P_0 \cos\left(3110 \cdot t - 5 \cdot \pi - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \text{en opposition de phase}$$

$$x_3 = 6,28 \text{ m} = 10 \cdot \lambda \Rightarrow P(x_3, t) = P_0 \cos\left(3110 \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 10 \cdot \lambda - \frac{\pi}{2}\right) = P_0 \cos\left(3110 \cdot t - 20 \cdot \pi - \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \text{en phase}$$

Partie II

On place le haut-parleur H à une distance L d'un mur réfléchissant R, perpendiculaire à l'axe de symétrie Hx de H (figure b). On considère maintenant qu'il émet une onde de fréquence ν .

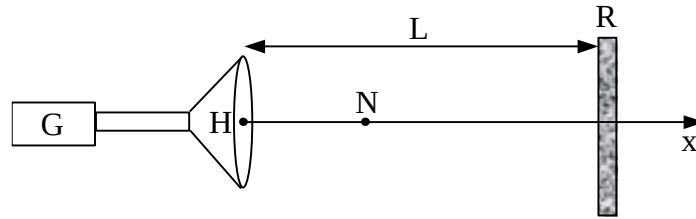


figure b

5. Ecrire en notation complexe l'expression $P_i(x, t)$ de l'onde acoustique incidente émise par le haut-parleur, (on choisira $\varphi = 0$ comme phase à l'origine).

On a $P_i(x, t) = P_0 e^{i(\omega t - k \cdot x)}$ avec $\omega = 2\pi \cdot \nu$

- 6 Ecrire en notation complexe l'expression $P_i(x, t)$ de l'onde acoustique réfléchie par le mur, en conservant les mêmes variables x et t que pour l'onde incidente et en notant $\tilde{r}$ l'expression complexe du coefficient de réflexion en amplitude de l'onde sur l'interface air-mur (on posera également $\varphi' = 0$ comme phase à l'origine de cette onde (donc au niveau du mur)). Il est recommandé de l'exprimer dans un premier temps $P_i(X, t)$ où X est la nouvelle variable dont l'axe à la même orientation que celui de x mais dont l'origine est placée au niveau du mur, puis d'effectuer le changement de variable pour exprimer $P_i(x, t)$.

L'onde se propage dans le sens des x décroissants. La source se trouve au point $x = L$.
 On pose $X = x - L$
 On a $P_r(X, t) = \tilde{r} \cdot P_0 e^{i(\omega t + k \cdot X)}$
 $P_r(x, t) = \tilde{r} \cdot P_0 e^{i(\omega t + k \cdot (x - L))}$

- 7 Sachant que l'amplitude de l'onde réfléchie est égale à celle de l'onde incidente, quelle est la nature de l'onde sonore résultante $P_T(x, t)$. Justifier votre réponse.

On a $P_T(x, t) = P_i(x, t) + P_r(x, t) = P_0 e^{i(\omega t + k \cdot x)} + \underset{1 \text{ ou } -1}{r} \cdot P_0 e^{i(\omega t + k \cdot (x - L))}$

C'est une onde stationnaire car la somme de deux ondes de même fréquence se déplaçant dans des directions opposées.

8 La réflexion provoque un déphasage de π sur l'onde réfléchie, c.a.d. que $\tilde{r} = -1$. Démontrer

que $P_T(x, t)$. Peut s'écrire sous la forme : $P_T(x, t) = 2 \cdot \sin\left(k\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) P_0 e^{i\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)}$

$$P_T(x, t) = P_0 e^{i(\omega t - k \cdot x)} - P_0 e^{i(\omega t + k \cdot (x - L))} = P_0 e^{i(\omega t)} \left(e^{-i \cdot kx} - e^{ik \cdot (x - L)} \right)$$

$$P_T(x, t) = P_0 e^{i(\omega t)} e^{-\frac{ik \cdot L}{2}} \left(e^{-i\left(kx - \frac{kL}{2}\right)} - e^{i\left(kx - \frac{kL}{2}\right)} \right) = P_0 e^{i(\omega t)} e^{-\frac{ik \cdot L}{2}} \left(e^{-ik\left(x - \frac{L}{2}\right)} - e^{ik\left(x - \frac{L}{2}\right)} \right)$$

On a

$$P_T(x, t) = P_0 e^{i \cdot \omega t} \left[-2 \cdot i \cdot \sin\left(k\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) \right] = P_0 e^{i \cdot \omega t} \left[e^{i\pi} \cdot e^{i \cdot \frac{\pi}{2}} 2 \cdot \sin\left(k\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) \right]$$

$$P_T(x, t) = 2 \cdot \sin\left(k\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) P_0 e^{i\left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right)}$$

9 La distance selon l'axe x entre deux points consécutifs d'intensité sonore nulle est égale à 0,25 m. Calculer la longueur d'onde de l'onde sonore progressive émise par H et la fréquence ν du générateur.

$$\text{distance entre deux noeuds} = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 0,5 \text{ m}$$

$$\omega = c \cdot k \Leftrightarrow 2 \cdot \pi \nu = c \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{311}{0,5} = 622 \text{ Hz}$$