

Exercice 1 (4 points)

Soit un triangle équilatéral ABC . On complétera la figure de l'énoncé (à la fin de l'exercice).

1. (a) Construire le point F image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$. Voir figure
(b) Démontrer que le quadrilatère $BAFC$ est un losange .
On sait que F est l' image du point C la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$ donc $BAFC$ est un parallélogramme. De plus ABC est triangle équilatéral donc $AB = BC$. Or si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, alors c'est un losange. Donc $BAFC$ est un losange.
2. (a) Placer le point G , symétrique de A par rapport à C . Voir figure
(b) Construire le point H tel que C soit le milieu de $[BH]$. Voir figure
(c) Démontrer que $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{GH}$.
On sait que G est le point G est le symétrique de A par rapport à C donc C est le milieu $[AG]$. On sait que C est le milieu de $[BH]$. Or si un quadrilatère a des diagonales qui ont le même milieu alors ce quadrilatère est un parallélogramme donc $BAHG$ est un parallélogramme. $BAHG$ est un parallélogramme donc $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{GH}$..
3. Construire les points M et N tels que : (b) $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$ Voir figure
(a) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ Voir figure

Exercice 2 (3 points)

Pas au programme du devoir commun

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

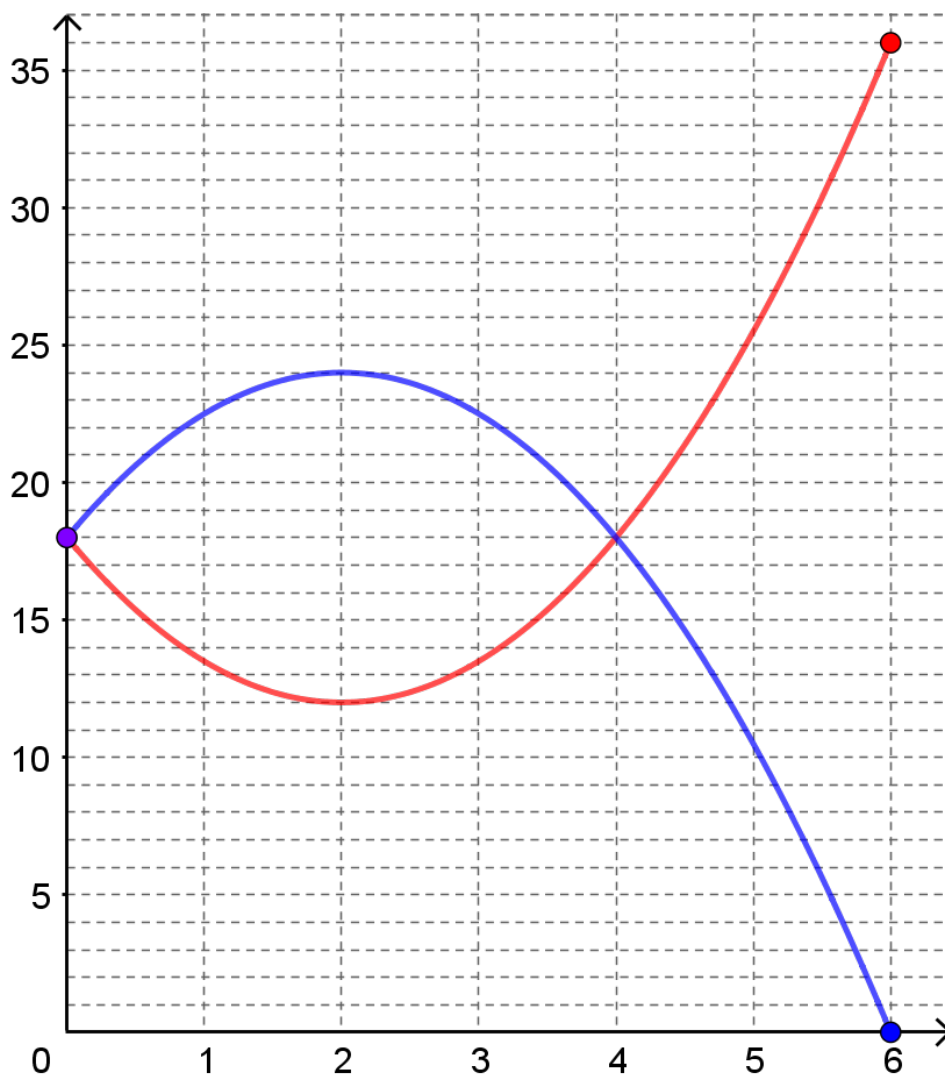
On considère les points $A(-3 ; -4)$, $B(1 ; 2)$, $C(-2 ; 4)$ et $D(-6 ; -2)$.

1. Démontrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
Les coordonnées du milieu du segment $[AC]$ sont $\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$ soit $(-2, 5; 0)$. De même, on montre que les coordonnées du milieu du segment $[BD]$ sont aussi $(-2, 5; 0)$. Les diagonales du quadrilatère $ABCD$ ont donc le même milieu, on peut donc en déduire que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Calculer la distance BD . On admet que $AC = \sqrt{65}$.
Dans le repère orthonormé (O, I, J) , $BD^2 = (x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2 = (-7)^2 + (-4)^2 = 49 + 16 = 65$. Donc $BD = \sqrt{65}$.
3. Préciser la nature du quadrilatère $ABCD$.
Le parallélogramme $ABCD$ a ses diagonales de même longueur, on en déduit que $ABCD$ est un rectangle. Remarque : On peut montrer que $AB = \sqrt{52}$ et $AD = \sqrt{13}$ et en déduire que $ABCD$ n'est pas un carré...

Exercice 3 (5 points)

Partie A : Lectures graphiques

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe $\mathcal{C}_g$, représentation graphique d'une fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ (et en pointillés, une partie de la représentation graphique d'une fonction f que l'on définira en partie B).



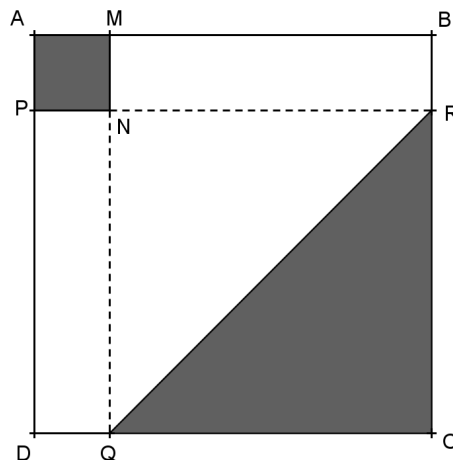
- Déterminer l'image de 5 par g .
L'image de 5 par g est $g(5) = 10,5$.
- Déterminer le(s) antécédent(s) de 0 par g .
Le seul antécédent de 0 par g est 6.
- Déterminer, par lecture graphique, le minimum et le maximum de g sur $[0 ; 6]$. Pour chacun de ces extremums, préciser la valeur de x pour laquelle il est atteint.
Le minimum de la fonction g est 0 atteint pour $x = 6$ et le maximum est 24 atteint pour $x = 2$.
- Dresser le tableau de variations de la fonction g .
Pas au programme du devoir commun
- Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \leq 22,5$.
L'ensemble des solutions de l'inéquation $g(x) \leq 22,5$ est $S = [0 ; 1] \cup [3 ; 6]$.

Partie B : Expression de $f(x)$

On considère un carré ABCD de 6 cm de côté et un point M mobile sur le segment [AB]. On note x la longueur AM. On construit le carré AMNP et le triangle CQR comme indiqué sur la figure ci-contre.

On note $f(x)$ l'aire de la surface grisée en cm².

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0 ; 6]$ par $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 18$ et que la fonction g de la **partie A** correspond à l'aire de la surface blanche située à l'intérieur du carré ABCD.



1. A l'aide de la calculatrice, compléter le tableau de valeurs ci-dessous (arrondir les résultats au dixième).

x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$f(x)$	18	15,4	13,5	12,4	12	12,4	13,5

2. Sur le graphique de la partie A, repasser et compléter la représentation graphique de la fonction f .

Voir sur le graphique de la partie A

3. Déterminer graphiquement la (ou les) position(s) du point M telle(s) que les aires des surfaces blanche et grisée soient égales.

Les deux aires sont égales lorsque x correspond à l'abscisse d'un point d'intersection des deux courbes. Graphiquement, on trouve $x = 0$ ou $x = 4$. Les deux aires sont égales si M est confondu avec A ou si M est le point du segment $[AB]$ tel que $AM = 4$.

Exercice 4 (3 points)

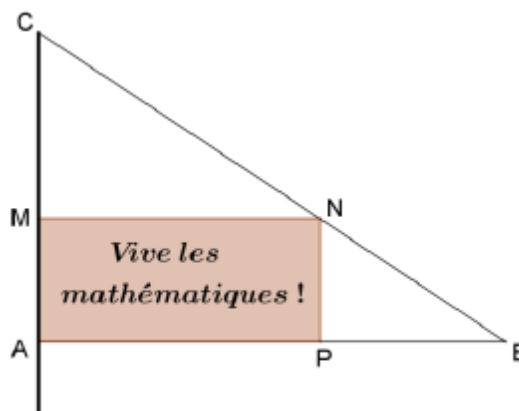
Lors d'une manifestation, une association décide de donner à ses adhérents un drapeau ayant la forme ci-contre.

On suppose que le triangle ABC est rectangle en A, que $AB = 12$ et que $AC = 6$.

L'unité est le mètre.

Les points M, N et P appartiennent respectivement aux segments [AC], [BC] et [AB] de telle sorte que AMNP soit un rectangle.

On souhaite déterminer pour quelle(s) position(s) de M sur [AC] l'aire du drapeau est égale à 10 m^2 .



On note x la longueur AM en mètres et $h(x)$ l'aire en m^2 du rectangle AMNP.

1. A quel intervalle appartient la variable x ? $x = AM$ et M appartient au segment [AC] avec $AC = 6$ donc x appartient à l'intervalle $[0 ; 6]$.
2. Montrer que $h(x) = -2x^2 + 12x$. L'aire du rectangle AMNP est $AM \times MN$ et $AM = x$. Exprimons MN en fonction de x .
 Les droites (AM) et (BN) sont sécantes en C.
 De plus les droites (MN) et (AB) sont parallèles (perpendiculaires à la même droite

(AC)).

D'après le théorème de Thalès : $\frac{CM}{CA} = \frac{MN}{AB}$. Soit $\frac{6-x}{6} = \frac{MN}{12}$ On en déduit que $MN = 12 \times \frac{6-x}{6} = 2(6-x)$ donc $MN = 12 - 2x$. L'aire du rectangle AMNP est donnée par : $f(x) = x \times (12 - 2x) = -2x^2 + 12x$.

3. Vérifier que, pour tout x réel, $-2(x-1)(x-5) = -2x^2 + 12x - 10$.

Pour tout x réel, $-2(x-1)(x-5) = -2(x^2 - 5x - x + 5) = -2x^2 + 12x - 10$

4. Résoudre le problème. $h(x) = 10$

équivalent à $-2x^2 + 12x = 10$

équivalent à $-2x^2 + 12x - 10 = 0$

équivalent à $-2(x-1)(x-5) = 0$.

équivalent à $x-1 = 0$ ou $x-5 = 0$.

équivalent à $x = 1$ ou $x = 5$.

Conclusion : l'aire est égale à 10 m² si M est placée sur le segment [AC] à 1 m ou 5 m du point A.

Exercice 5 (3 points)

On considère la séquence d'instructions suivantes programmée en Python : on rappelle que $x**2$ permet de calculer le carré de la valeur de la variable x . Toutes les variables correspondent à des réels.

```
x=3.5
a=2*x+1
b=2*x-1
c=a**2+b**2
d=4*x**2+1
d=2*d
```

1. Compléter le tableau suivant en indiquant le contenu de chaque variable après l'exécution de ce script.

x	a	b	c	d
3,5	8	6	100	100

2. Démontrer que, quelle que soit la valeur affectée à la variable x , les valeurs contenues dans les variables c et d sont égales à la fin de l'exécution.

Pour tout réel x , $c = a^2 + b^2 = (2x+1)^2 + (2x-1)^2 = 4x^2 + 4x + 1 + 4x^2 - 4x + 1 = 8x^2 + 2$.

D'autre part : $d = 2(4x^2 + 1) = 8x^2 + 2$.

Donc quelle que soit la valeur affectée à la variable x , les valeurs contenues dans les variables c et d sont égales à la fin de l'exécution.

Exercice 6 (4 points)

Le tableau suivant donne le nombre d'hommes de moins de 25 ans demandeurs d'emploi relevé dans 24 communes de taille similaire de la région Centre.

128	43	10	8	4	80	3	38	7	122	13	10
29	7	19	52	1008	8	14	14	272	21	68	3

(source : *Pôle Emploi, traitement Insee ; 2013*)

1. A l'aide de la calculatrice, calculer la moyenne de cette série.
A l'aide de la calculatrice, on obtient $\bar{x} = \frac{1981}{24} \approx 82,5$
2. Déterminer la médiane de cette série. Interpréter le résultat par une phrase. La série comporte 24 valeurs. $N = 24$ étant pair, la médiane est la moyenne entre la 12^{me} et la 13^{me} de la série ordonnée, soit $\frac{14 + 19}{2} = 16,5$. On peut donc affirmer que dans la moitié des communes étudiées, le nombre d'hommes de moins de 25 ans demandeurs d'emploi est inférieur à 16,5 et dans la moitié des communes étudiées, le nombre d'hommes de moins de 25 ans demandeurs d'emploi est supérieur à 16,5.
3. Déterminer l'écart interquartile (différence entre le troisième et le premier quartile). On a : $Q_1 = 8$ et $Q_3 = 52$. L'écart interquartile est donc $Q_3 - Q_1 = 44$.
4. Entre la moyenne et la médiane, quel paramètre privilégiera le président de la Région pour mettre en valeur les bons résultats de ces communes ? S'il souhaite mettre en valeur les bons résultats de ces communes, le président de la Région privilégiera la médiane qui est beaucoup plus basse que la moyenne.
5. La valeur 1008 paraît hors norme dans cette série statistique. On considère une nouvelle série statistique constituée des valeurs précédentes auxquelles on a enlevé la valeur 1008. Sans calculer la moyenne et la médiane de cette nouvelle série, indiquer le paramètre sur lequel la suppression de cette valeur extrême aura le plus d'effet ? La moyenne étant sensible aux valeurs extrêmes, la moyenne de la nouvelle série sera beaucoup plus basse que la moyenne calculée à la question 1. La médiane va elle aussi baisser mais de manière moins significative. (Par le calcul (non demandé), on obtient une nouvelle moyenne égale à 42,3 et une nouvelle médiane à 14.)