

Probabilités-soutien 2 2017

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples constitué de six questions ; chacune comporte trois réponses, une seule est exacte. On notera sur la copie uniquement la lettre correspondant à la réponse choisie. Un lecteur d'une bibliothèque est passionné de romans policiers et de biographies. Cette bibliothèque lui propose 150 romans policiers et 50 biographies. 40 % des écrivains de romans policiers sont français et 70 % des écrivains de biographies sont français. Le lecteur choisit un livre au hasard parmi les 200 ouvrages.

1. La probabilité que le lecteur choisisse un roman policier est :

- a. 0,4 b. 0,75 c. $\frac{1}{150}$

2. Le lecteur ayant choisi un roman policier, la probabilité que l'auteur soit français est :

- a. 0,3 b. 0,8 c. 0,4

3. La probabilité que le lecteur choisisse un roman policier français est

- a. 1,15 b. 0,4 c. 0,3

4. La probabilité que le lecteur choisisse un livre d'un écrivain français est :

- a. 0,9 b. 0,7 c. 0,475

5. La probabilité que le lecteur ait choisi un roman policier sachant que l'écrivain est français est :

- a. $\frac{4}{150}$ b. $\frac{12}{19}$ c. 0,3

6. Le lecteur est venu 20 fois à la bibliothèque ; la probabilité qu'il ait choisi au moins un roman policier est :

- a. $1 - (0,25)^{20}$ b. $20 \times 0,75$ c. $0,75 \times (0,25)^{20}$

Exercice 2

Pour entretenir en bon état de fonctionnement le chauffage, une société immobilière fait contrôler les chaudières de son parc de logements pendant l'été. On sait que 20 % des chaudières sont sous garantie. Parmi les chaudières sous garantie, la probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est de $\frac{1}{100}$. Parmi les chaudières qui ne sont plus

sous garantie, la probabilité qu'une chaudière soit défectueuse est de $\frac{1}{10}$.

On appelle G l'évènement suivant : « la chaudière est sous garantie ».

1. Calculer la probabilité des évènements suivants :

A : « la chaudière est garantie et est défectueuse » ;

B : « la chaudière est défectueuse ».

2. Dans un logement la chaudière est défectueuse. Montrer que la probabilité qu'elle soit sous garantie est de $\frac{1}{41}$.

3. Le contrôle est gratuit si la chaudière est sous garantie. Il coûte 80 euros si la chaudière n'est plus sous garantie et n'est pas défectueuse. Il coûte 280 euros si la chaudière n'est plus sous garantie et est défectueuse. On note X la variable aléatoire qui représente le coût du contrôle d'une chaudière. Déterminer la loi de probabilité de X et son espérance mathématique.

4. Au cours de la période de contrôle, on a trouvé 5 chaudières défectueuses. Quelle est la probabilité qu'au moins l'une d'entre elles soit sous garantie ?

5. La société possède 10 chaudières.

(a) Déterminer la probabilité qu'il y ait exactement deux chaudières défectueuses .

(b) Quel est le nombre moyen de chaudières défectueuses ?

(c) La réparation d'une chaudière défectueuse coûte 200 euros, combien faut-il prévoir pour les réparations en moyenne ?

Exercice 3

Alice débute au jeu de fléchettes. Elle effectue des lancers successifs d'une fléchette. Lorsqu'elle atteint la cible à un lancer, la probabilité qu'elle atteigne la cible au lancer suivant est égale à $\frac{1}{3}$. Lorsqu'elle a manqué la cible à un lancer, la probabilité qu'elle

manque la cible au lancer suivant est égale à $\frac{4}{5}$. On suppose qu'au premier lancer elle a autant de chances d'atteindre la cible que de la manquer.

Pour tout entier naturel n strictement positif, on considère les événements suivants : A_n : " Alice atteint la cible au n^e coup ".

B_n : " Alice rate la cible au n^e coup ".

On pose $P_n = p(A_n)$.

Pour les questions 1. et 2. on pourra éventuellement utiliser un arbre pondéré.

1. Déterminer p_1 et montrer que $p_2 = \frac{4}{15}$.

2. Montrer que, pour tout entier naturel $n \geq 2$, $p_n = \frac{2}{15}p_{n-1} + \frac{1}{5}$.

3. Pour $n \geq 1$ on pose $u_n = p_n - \frac{3}{13}$.

Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique, dont on précisera le premier terme u_1 et la raison q . En déduire u_n puis p_n en fonction de n .

4. Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} p_n$.