Antilles Guyane. Septembre 2017. Enseignement spécifique

EXERCICE 4 (5 points) (candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

On note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels.
L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$.

On considère les points $A(1\ ;\ 1\ ;\ 14)$, $B(0\ ;\ 1\ ;\ 8)$ et $C(-2\ ;\ 2\ ;\ 4)$ ainsi que le vecteur $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$.

1) a) Justifier que les points A, B et C définissent un plan.

b) Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{n}$ est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

c) Démontrer que le plan (ABC) a pour équation cartésienne $6x + 8y - z = 0$.

2) On considère la droite Δ des points M dont les coordonnées $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ sont données par

$$\left\{\begin{array}{l} x = 2t - 3 \\ y = t - \dfrac{1}{2}, \quad t \in \mathbb{R}. \\ z = 4t + 2 \end{array}\right.$$

a) Donner un vecteur directeur de la droite Δ.

b) La droite Δ et le plan (ABC) sont-ils sécants ?

3) Dans cette question, on considère l'ensemble (E) des points M dont les coordonnées $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ sont données par

$$\left\{\begin{array}{l} x = t^3 + t \\ y = t + 1, \quad t \in \mathbb{R}. \\ z = 2t \end{array}\right.$$

Démontrer qu'il existe un unique point M qui appartient à la fois à (E) et à (ABC).
Il n'est pas demandé de déterminer ses coordonnées.

 © Jean-Louis Rouget, 2018. Tous droits réservés.