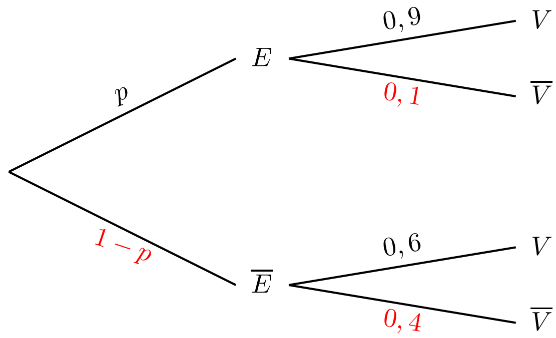
Antilles Guyane. Septembre 2017. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 : corrigé

Partie A

1) Représentons la situation par un arbre de probabilités.



2) D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned} P(V) &= P(E\cap V) + P\left(\overline{E}\cap V\right) \\ &= P(E)\times P_E(V) + P\left(\overline{E}\right)\times P_{\overline{E}}(V) = p\times 0,9 + (1-p)\times 0,6 = 0,3p+0,6. \end{aligned}$$

3) a) L'énoncé donné $P(V) = 0,675$.

$$0,3p+0,6 = 0,675 \Leftrightarrow 0,3p = 0,075 \Leftrightarrow p = \frac{0,075}{0,3} \Leftrightarrow p = \frac{0,75}{3} \Leftrightarrow p = 0,25.$$

b) La probabilité demandée est $P_V(E)$.

$$P_V(E) = \frac{P(E\cap V)}{P(V)} = \frac{P(E)\times P_E(V)}{P(V)} = \frac{0,25\times 0,9}{0,3\times 0,25+0,6} = \frac{0,225}{0,675} = \frac{1}{3}.$$

La probabilité que la journée soit ensoleillée sachant que Romane s'est déplacée en vélo est $\frac{1}{3}$.

Partie B

1) $\sigma_V < \sigma_C$. Donc, la courbe en trait plein, qui est plus resserée que la courbe en pointillés, est la courbe représentative de la fonction de densité de la variable T_V. μ_V est l'abscisse du sommet de cette courbe et donc $\mu_V = 14$ puis $\mu_C = 16$.

2) La probabilité demandée est $P(10 \leqslant T_V \leqslant 15)$. La calculatrice fournit $P(10 \leqslant T_V \leqslant 15) = 0,841\,3$ arrondi à 10^{-4}.

3) La calculatrice fournit $P(T_V \leqslant 15) = 0,841\,3$ arrondi à 10^{-4} et $P(T_C \leqslant 15) = 0,3694\ldots$ arrondi à 10^{-4}. Pour maximiser les chances d'avoir un temps de trajet d'au maximum 15 minutes, Romane doit choisir le vélo.

Partie C

1)

$$P(X\leqslant b) = \int_0^b \lambda e^{-\lambda t}\,dt = \left[-e^{-\lambda t}\right]_0^b = \left(-e^{-\lambda t}\right) - \left(-e^0\right) = 1 - e^{-\lambda b},$$

et donc aussi $P(X\geqslant b) = P(X > b) = 1 - P(X\leqslant b) = 1 - \left(1-e^{-\lambda b}\right) = e^{-\lambda b}$.

2) a) L'énoncé donne $P(X > 50) = 0,9$.

$$P(X>50) = 0,9 \Leftrightarrow e^{-50\lambda} = 0,9 \Leftrightarrow -50\lambda = \ln\left(\frac{9}{10}\right) \Leftrightarrow \lambda = -\frac{1}{50}\ln\left(\frac{9}{10}\right) \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{50}\ln\left(\frac{10}{9}\right).$$

b) La probabilité demandée est $P_{X\geqslant 200}(X\geqslant 250)$. On sait que la loi exponentielle de paramètre λ est une loi sans vieillissement. Donc,

$$P_{X\geqslant 200}(X\geqslant 250) = P_{X\geqslant 0}(X\geqslant 50) = P(X\geqslant 50) = 0,9.$$

