# Centres étrangers 2017. Enseignement spécifique

**EXERCICE 1 : corrigé**

**Question 1.** Déterminons l'écart-type $\sigma$ de $X$. On note que $X \leqslant 170 \Leftrightarrow X - 175 \leqslant -5 \Leftrightarrow \dfrac{X-175}{\sigma} \leqslant -\dfrac{5}{\sigma}$ ou de plus la variable $Z = \dfrac{X-175}{\sigma}$ suit la loi normale centrée réduite. L'énoncé fournit $P\left(Z \leqslant -\dfrac{5}{\sigma}\right) = 0,02$. La calculatrice fournit $-\dfrac{5}{\sigma} = -2,053\ldots$ et donc $\sigma = 2,43$ arrondi à $10^{-2}$.

La probabilité demandée est $P(170 \leqslant X \leqslant 180)$. La calculatrice donne $P(170 \leqslant X \leqslant 180) = 0,96$ arrondie au centième. La bonne réponse est la réponse b.

**Question 2.** Notons $X$ le nombre de bonbons déformés. $X$ suit une loi binomiale. En effet,

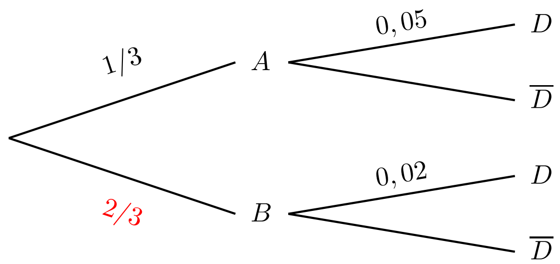
- $n = 50$ expériences identiques et indépendantes (en supposant que le nombre total de bonbons est grand de sorte que la probabilité qu'un bonbon soit déformé ne change pas quand on prélève un bonbon) sont effectuées ;
- chaque expérience a deux éventualités, « le bonbon est déformé » avec une probabilité $p = 0,05$ et « le bonbon n'est pas déformé » avec une probabilité $1 - p = 0,95$.

Ainsi, $X$ suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,05$. La probabilité demandée est $P(X \geqslant 2)$.

$P(X \geqslant 2) = 1-P(X \leqslant 1) = 1-P(X=0)-P(X=1) = 1-(0,95)^{50}-50\times(0,05)\times(0,95)^{49} = 0,72$ arrondie au centième).

La bonne réponse est la réponse a.

**Question 3.** Représentons la situation par un arbre de probabilités. En notant $A$ l'événement « le bonbon est produit par la machine A », $B$ l'événement « le bonbon est produit par la machine B » et $D$ l'événement « le bonbon est déformé »,




La probabilité demandée est $P_D(B)$. L'énoncé donne $P(A) = \dfrac{1}{3}$ et donc $P(B) = \dfrac{2}{3}$, $P_A(D) = 0,05$ (fourni à la question 2) et $P_B(D) = 0,02$. D'après la formule des probabilités totales,

$$P(D) = P(A) \times P_A(D) + P(B) \times P_B(D) = \frac{1}{3} \times 0,05 + \frac{2}{3} \times 0,02 = \frac{0,09}{3} = 0,03.$$

Mais alors,

$$P_D(B) = \frac{P(D \cap B)}{P(D)} = \frac{P(B) \times P_B(D)}{P(D)} = \frac{\frac{2}{3} \times 0,02}{0,03} = 0,44 \text{ arrondie au centième.}$$

La bonne réponse est la réponse c.

**Question 4.** On sait que l'espérance de la loi exponentielle de paramètre $\lambda$ est $\dfrac{1}{\lambda}$. L'énoncé donne $\dfrac{1}{\lambda} = 500$ et donc $\lambda = \dfrac{1}{500} = 0,002$. Pour tout réel positif $t$,

$$P(Y \leqslant t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\,dx = \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^t = \left(-e^{-\lambda t}\right) - \left(-e^0\right) = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-0,002t}.$$

En particulier, $P(Y \leqslant 300) = 1 - e^{-0,002\times 300} = 1 - e^{-0,6} = 0,45$ arrondie au centième. La bonne réponse est la réponse a.

**Question 5.** Un intervalle de confiance au niveau de confiance 95% est $\left[f - \dfrac{1}{\sqrt{n}}, f + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$ où $n$ est le nombre de personnes interrogées et $f$ est la fréquence des plus de 20 ans. L'amplitude de cet intervalle est $\dfrac{2}{\sqrt{n}}$.

$$\frac{2}{\sqrt{n}} \leqslant 0,05 \Leftrightarrow \sqrt{n} \geqslant \frac{2}{0,05} \Leftrightarrow \sqrt{n} \geqslant 40 \Leftrightarrow \left(\sqrt{n}\right)^2 \geqslant 40^2 \Leftrightarrow n \geqslant 1600.$$

La bonne réponse est la réponse c.