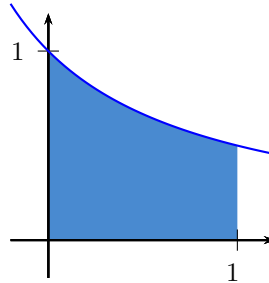


EXERCICE 4 : corrigé

Partie A : valeur exacte de l'intégrale I

1) La fonction $x \mapsto \frac{1}{1+x}$ est continue et positive sur $[0, 1]$. Donc, I est l'aire, exprimée en unités d'aire, du domaine du plan compris entre l'axe des abscisses et la courbe représentative de la fonction $x \mapsto \frac{1}{1+x}$ d'une part, et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$ d'autre part.



$$2) I = \int_0^1 \frac{1}{1+x} dx = [\ln(1+x)]_0^1 = \ln(2) - \ln(1) = \ln(2).$$

Partie B : estimation de la valeur de J

1) Algorithme complété.

Variables	n, c, f, i, x, y sont des nombres
Traitement	Lire la valeur de n c prend la valeur 0 Pour i allant de 1 à n faire x prend une valeur aléatoire entre 0 et 1 y prend une valeur aléatoire entre 0 et 1 Si $y \leq 1/(1+x^2)$ alors c prend la valeur $c + 1$ Fin si Fin pour f prend la valeur c/n
Sortie	Afficher f

2) Un intervalle de confiance au niveau de confiance de 95% de la valeur exacte de J est

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}, f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[0,781 - \frac{1}{\sqrt{1000}}, 0,781 + \frac{1}{\sqrt{1000}} \right] = [0,749; 0,813]$$

en arrondissant de manière à élargir un peu l'intervalle.

3) L'amplitude de l'intervalle est $\frac{2}{\sqrt{n}}$.

$$\frac{2}{\sqrt{n}} \leq 0,02 \Leftrightarrow \frac{2}{0,02} \leq \sqrt{n} \Leftrightarrow 100 \leq \sqrt{n} \Leftrightarrow n \geq 10\,000.$$

La valeur minimum de n pour que l'amplitude de l'intervalle de confiance soit inférieure ou égale à 0,02 est 10 000.