

Asie 2017. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 (3 points) (commun à tous les candidats)

On considère la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_0 &= 1 \text{ et, pour tout entier naturel } n, \\ u_{n+1} &= \left(\frac{n+1}{2n+4}\right)u_n. \end{cases}$$

On définit la suite (v_n) par : pour tout entier naturel n , $v_n = (n+1)u_n$.

1) La feuille de calcul ci-contre présente les valeurs des premiers termes des suites (u_n) et (v_n) , arrondies au cent-millième.

Quelle formule, étirée ensuite vers le bas, peut-on écrire dans la cellule B3 de la feuille de calcul pour obtenir les termes successifs de (u_n) ?

2) a) Conjecturer l'expression de v_n en fonction de n .

b) Démontrer cette conjecture.

3) Déterminer la limite de la suite (u_n) .

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	1,000 00	1,000 00
3	1	0,250 00	0,500 00
4	2	0,083 33	0,250 00
5	3	0,031 25	0,125 00
6	4	0,012 50	0,062 50
7	5	0,005 21	0,031 25
8	6	0,002 23	0,015 63
9	7	0,000 98	0,007 81
10	8	0,000 43	0,003 91
11	9	0,000 20	0,001 95