

Asie 2017. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 : corrigé

1) Dans la case B3, on écrit $=(A2+1)/(2*A2+4)*B2$.

2) a) Il semble que pour tout entier naturel n , $v_n = \frac{1}{2^n}$.

b) $v_0 = 1 \times u_0 = 1$. Ensuite, pour $n \in \mathbb{N}$,

$$v_{n+1} = (n+2)u_{n+1} = (n+2) \times \frac{(n+1)}{2(n+2)}u_n = \frac{1}{2}(n+1)u_n = \frac{1}{2}v_n.$$

Ainsi, (v_n) est la suite géométrique de premier terme $v_0 = 1$ et de raison $q = \frac{1}{2}$. On sait alors que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$v_n = v_0 \times q^n = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2^n}.$$

3) Pour tout entier naturel n , $u_n = \frac{1}{n+1}v_n$. D'une part, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n+1} = 0$. D'autre part, puisque $-1 < \frac{1}{2} < 1$,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0. \text{ Donc, } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0 \times 0 = 0.$$