Amérique du sud 2017. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 : corrigé

Partie A

On assimile chaque classe à son milieu. Donc, la moyenne est

$$m = \frac{110 \times 1597 + 125 \times 1284 + 135 \times 2255 + 145 \times 1808 + 155 \times 1345 + 170 \times 1711}{1597 + 1284 + 2255 + 1808 + 1345 + 1711} = 140,21$$

et

$$\sigma = \sqrt{\frac{1597(110 - 140,21)^2 + 1284(125 - 140,21)^2 + 2255(135 - 140,21)^2 + 1808(145 - 140,21)^2 + \ldots}{1597 + 1284 + 2255 + 1808 + 1345 + 1711}} = 19,16.$$

Partie B

1) a) La modélisation semble pertinente au vu des valeurs de μ et σ obtenues expérimentalement dans la partie A.

b) La calculatrice fournit $p = P(X \geqslant 60) = 0,146$ arrondi à 10^{-3}.

2) a) Ici, $n = 50$ et $p = 0,146$. On note que $n \geqslant 30$, $np = 7,3 \geqslant 5$ et $n(1-p) = 42,7 \geqslant 5$. Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 95% est

$$\begin{aligned}\left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right] &= \left[0,146 - 1,96\sqrt{\frac{0,146 \times 0,854}{50}}; 0,146 + 1,96\sqrt{\frac{0,146 \times 0,854}{50}}\right] \\ &= [0,048; 0,244]\end{aligned}$$

en arrondissant de manière à élargir un peu l'intervalle. La fréquence observée est $f = \frac{13}{50} = 0,26$. Cette fréquence n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation et donc, au risque de se tromper de 5%, l'organisme peut affirmer qu'il y a une anomalie dans la production.

b) Un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil 99% est obtenu en remplaçant $u_{0,05} = 1,96$ par $u_{0,01} = 2,58$ ($u_{0,01}$ obtenu à la calculatrice à partir de $P\left(-u_{0,01} \leqslant X \leqslant u_{0,01}\right) = 1 - 0,01$ ou encore $P\left(X \leqslant u_{0,01}\right) = 0,995$).

$$\begin{aligned}\left[p - 2,58\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + 2,58\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right] &= \left[0,146 - 2,58\sqrt{\frac{0,146 \times 0,854}{50}}; 0,146 + 2,58\sqrt{\frac{0,146 \times 0,854}{50}}\right] \\ &= [0,017; 0,275]\end{aligned}$$

Cette fois-ci, f appartient à l'intervalle et on ne peut donc rien affirmer au risque de se tromper de 1%.

