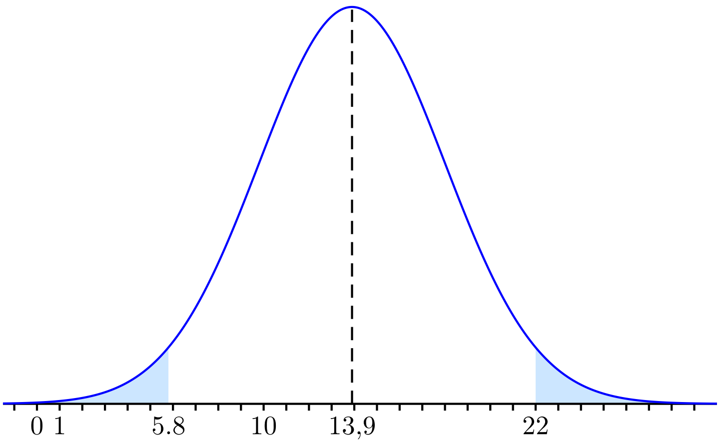
# Pondichéry 2016. Enseignement spécifique

**EXERCICE 1 : corrigé**

**Partie A**

**1) a)** Le symétrique $x$ du réel 22 par rapport au réel $13,9$ vérifie $\dfrac{x+22}{2} = 13,9$ et donc $x = 2 \times 13,9 - 22 = 5,8$.

**Graphique.**




**b)** $P(5,8 \leqslant T \leqslant 22) = 1 - P(T \leqslant 5,8) - P(T \geqslant 22) = 1 - 2 \times 0,023 = 0,954$.

Soit $Z = \dfrac{T - 13,9}{\sigma}$. $Z$ suit la loi normale centré réduite.

$P(T \leqslant 5,8) = 0,023$. De plus, $T \leqslant 5,8 \Leftrightarrow T - 13,9 \leqslant -8,1 \Leftrightarrow \dfrac{T-13,9}{\sigma} \leqslant -\dfrac{8,1}{\sigma}$ et donc

$$P\left(Z \leqslant -\frac{8,1}{\sigma}\right) = 0,023.$$

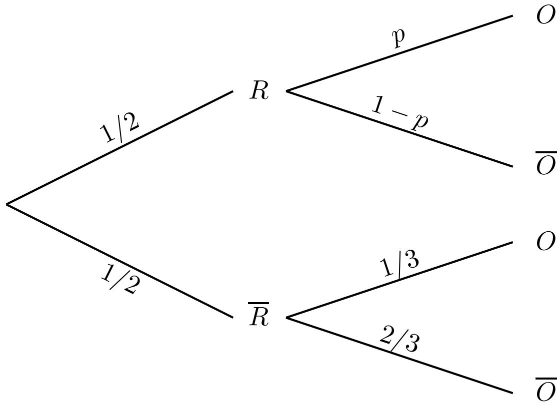
La calculatrice fournit $-\dfrac{8,1}{\sigma} = -1,995\ldots$ et donc $\sigma = 4,1$ au dixième près.

**2)** La probabilité demandée est $P(T \geqslant 18)$. La calculatrice fournit

$$P(T \geqslant 18) = 0,16 \text{ arrondi au centième.}$$

**Partie B**

**1)** Représentons la situation par un arbre de probabilités.




D'après la formule des probabilités totales,

$$P(O) = P(R) \times P_R(O) + P\left(\overline{R}\right) \times P_{\overline{R}}(O) = \frac{1}{2} \times p + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2}p + \frac{1}{6}.$$

**2) a)** Ici, $n = 1500$. D'autre part, la fréquence de « oui » observée est $f = \dfrac{625}{1500} = \dfrac{5}{12}$. On note que $n \geqslant 30$, $nf = 625$ et donc $nf \geqslant 5$ et enfin $n(1-f) = 875$ et donc $n(1-f) \geqslant 5$.

Un intervalle de confiance de la proportion $q$ au niveau de confiance 95% est

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}, f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[\frac{5}{12} - \frac{1}{\sqrt{1500}}, \frac{5}{12} + \frac{1}{\sqrt{1500}}\right] = [0,39;0,45]$$

en arrondissant de manière à élargir un peu l'intervalle.

**b)** $\dfrac{5}{12} - \dfrac{1}{\sqrt{1500}} \leqslant \dfrac{1}{2}p + \dfrac{1}{6} \leqslant \dfrac{5}{12} + \dfrac{1}{\sqrt{1500}} \Leftrightarrow \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{\sqrt{1500}} \leqslant \dfrac{1}{2}p \leqslant \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{\sqrt{1500}} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} - \dfrac{2}{\sqrt{1500}} \leqslant p \leqslant \dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{\sqrt{1500}}$.

Un intervalle de confiance de la proportion $p$ au niveau de confiance 95% est

$$\left[\frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{1500}}, \frac{1}{2} + \frac{2}{\sqrt{1500}}\right] = [0,44;0,56]$$

en arrondissant de manière à élargir un peu l'intervalle.

Au niveau de confiance 95%, on peut affirmer que $0,44 \leqslant p \leqslant 0,56$.