

Polynésie 2016. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 : corrigé

1) Dans la case C2, on a écrit

$$=B2+2*A2\wedge 2+3*A2+5$$

et dans la case B3, on a écrit

$$=2*B2+2*A2\wedge 2-A2$$

2) La colonne C nous permet de conjecturer que la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite géométrique de premier terme 7 et de raison 2. Montrons ce résultat.

- $v_0 = u_0 + 5 = 2 + 5 = 7$.
- Soit $n \geq 0$.

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= u_{n+1} + 2(n+1)^2 + 3(n+1) + 5 = u_{n+1} + 2n^2 + 4n + 2 + 3n + 3 + 5 = u_{n+1} + 2n^2 + 7n + 10 \\ &= 2u_n + 2n^2 - n + 2n^2 + 7n + 10 = 2u_n + 4n^2 + 6n + 10 \\ &= 2(v_n - 2n^2 - 3n - 5) + 4n^2 + 6n + 10 \\ &= 2v_n. \end{aligned}$$

Donc, la suite $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est la suite géométrique de premier terme $v_0 = 7$ et de raison $q = 2$. On en déduit que pour tout entier naturel n ,

$$v_n = v_0 \times q^n = 7 \times 2^n,$$

puis que

$$u_n = v_n - 2n^2 - 3n - 5 = 7 \times 2^n - 2n^2 - 3n - 5.$$

Pour tout entier naturel n , $u_n = 7 \times 2^n - 2n^2 - 3n - 5$.