

Nouvelle Calédonie mars 2016. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 (6 points) (commun à tous les candidats)

Dans le repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère pour tout réel m , le plan P_m d'équation

$$\frac{1}{4}m^2x + (m-1)y + \frac{1}{2}mz - 3 = 0.$$

- 1) Pour quelle(s) valeur(s) de m le point $A(1 ; 1 ; 1)$ appartient-il au plan P_m ?
- 2) Montrer que les plans P_1 et P_{-4} sont sécants selon la droite (d) de représentation paramétrique

$$(d) \begin{cases} x = 12 - 2t \\ y = 9 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}.$$

- 3) a) Montrer que l'intersection entre P_0 et (d) est un point noté B dont on déterminera les coordonnées.
 b) Justifier que pour tout réel m , le point B appartient au plan P_m .
 c) Montrer que le point B est l'unique point appartenant à P_m pour tout réel m .
- 4) Dans cette question, on considère deux entiers relatifs m et m' tels que

$$-10 \leq m \leq 10 \quad \text{et} \quad -10 \leq m' \leq 10.$$

On souhaite déterminer les valeurs de m et de m' pour lesquelles P_m et $P_{m'}$ sont perpendiculaires.

- a) Vérifier que P_1 et P_{-4} sont perpendiculaires.
- b) Montrer que les plans P_m et $P_{m'}$ sont perpendiculaires si et seulement si

$$\left(\frac{mm'}{4}\right)^2 + (m-1)(m'-1) + \frac{mm'}{4} = 0.$$

- c) On donne l'algorithme suivant :

| | |
|---------------------|--|
| Variables : | m et m' entiers relatifs |
| Traitement : | Pour m allant de -10 à 10 : Pour m' allant de -10 à 10 : Si $(mm')^2 + 16(m-1)(m'-1) + 4mm' = 0$ Alors Afficher $(m ; m')$ Fin du Pour Fin du Pour Fin du Pour |

Quel est le rôle de cet algorithme ?

- d) Cet algorithme affiche six couples d'entiers dont $(-4 ; 1)$, $(0 ; 1)$ et $(5 ; -4)$.
 Écrire les six couples dans l'ordre d'affichage de l'algorithme.