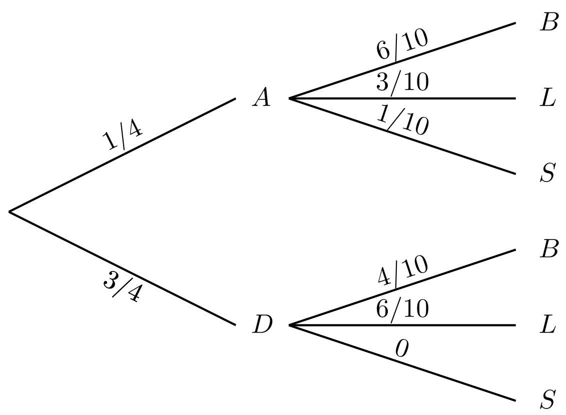
Nouvelle Calédonie mars 2016. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 : corrigé

Partie A

1) Représentons la situation par un arbre de probabilités.



a) La probabilité demandée est $p(A \cap L)$.

$$P(A \cap L) = p(A) \times p_A(L) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{40}.$$

$$\boxed{P(A \cap L) = \frac{3}{40}.}$$

b) La probabilité demandée est $p(L)$. D'après la formule des probabilités totales,

$$p(L) = p(A) \times p_A(L) + p(D) \times p_D(L) = \frac{3}{40} + \frac{3}{4} \times \frac{6}{10} = \frac{3}{40} + \frac{18}{40} = \frac{21}{40}.$$

$$\boxed{P(L) = \frac{21}{40}.}$$

c) La probabilité demandée est $p_L(D)$.

$$p_L(D) = \frac{p(D \cap L)}{p(L)} = \frac{p(D) \times p_D(L)}{p(L)} = \frac{(3/4) \times (6/10)}{21/40} = \frac{18}{40} \times \frac{40}{21} = \frac{6}{7}.$$

$$\boxed{P_L(D) = \frac{6}{7}.}$$

2) Si la médaille tirée représente le château de Saumur, il est certain que cette médaille est argentée ou encore

$$\boxed{p_S(A) = 1.}$$

Partie B

1) Pour des raisons de symétrie, la probabilité demandée est $P(X < 9,9) + P(X > 10,1) = P(X < \mu - 0,1) + P(X > \mu + 0,1) = 2P(X \leqslant \mu - 0,1) = 2P(X \leqslant 9,9)$. La calculatrice fournit

$$2P(X \leqslant 9,9) = 0,096 \text{ arrondi à } 10^{-3}.$$

$$\boxed{\text{La probabilité qu'une médaille produite par la machine } M_1 \text{ ne soit pas conforme est arrondi à } 10^{-3}.}$$

2) a) On sait que Z suit la loi normale centrée réduite c'est-à-dire la loi normale d'espérance 0 et d'écart-type 1.

b) La probabilité que la machine M_2 produise une médaille non conforme est $P(Y < 9,9) + P(Y > 10,1) = 2P(Y \leqslant 9,9)$. Or

$$Y \leqslant 9,9 \Leftrightarrow Y - 10 \leqslant -0,1 \Leftrightarrow \frac{Y-10}{\sigma} \leqslant -\frac{0,1}{\sigma} \Leftrightarrow Z \leqslant -\frac{0,1}{\sigma}.$$

Par suite,

$$2P(Y \leqslant 9,9) = 0,06 \Leftrightarrow 2P\left(Z \leqslant -\frac{0,1}{\sigma}\right) = 0,06 \Leftrightarrow P\left(Z \leqslant -\frac{0,1}{\sigma}\right) = 0,03.$$

La calculatrice fournit $-\dfrac{0,1}{\sigma} = -1,88079\ldots$ puis

$$\boxed{\sigma = 0,053 \text{ arrondi au millième.}}$$

