

# Antilles Guyane 2016. Enseignement spécifique

## EXERCICE 1 (5 points) (commun à tous les candidats)

Les valeurs approchées des résultats seront données à  $10^{-4}$  près.

Les parties A et B sont indépendantes.

### Partie A

Un fabricant d'ampoules possède deux machines, notées A et B. La machine A fournit 65 % de la production, et la machine B fournit le reste. Certaines ampoules présentent un défaut de fabrication :

- à la sortie de la machine A, 8 % des ampoules présentent un défaut ;
- à la sortie de la machine B, 5 % des ampoules présentent un défaut.

On définit les événements suivants :

- $A$  : « l'ampoule provient de la machine A » ;
- $B$  : « l'ampoule provient de la machine B » ;
- $D$  : « l'ampoule présente un défaut ».

1) On prélève un ampoule au hasard parmi la production totale d'une journée.

- a) Construire un arbre pondéré représentant la situation.
- b) Montrer que la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est égale à 0,930 5.
- c) L'ampoule tirée est sans défaut.  
Calculer la probabilité qu'elle provienne de la machine A.

2) On prélève 10 ampoules au hasard parmi la production d'une journée à la sortie de la machine A.

La taille du stock permet de considérer les épreuves comme indépendantes et d'assimiler les tirages à des tirages avec remise.

Calculer la probabilité d'obtenir au moins 9 ampoules sans défaut.

### Partie B

1) On rappelle que si  $T$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$  ( $\lambda$  étant un réel strictement positif) alors pour tout réel positif  $a$ ,  $P(T \leq a) = \int_0^a \lambda e^{-\lambda x} dx$ .

- a) Montrer que  $P(T \geq a) = e^{-\lambda a}$ .
- b) Montrer que si  $T$  suit une loi exponentielle alors pour tous les réels positifs  $t$  et  $a$  on a

$$P_{T \geq t}(T \geq t + a) = P(T \geq a).$$

2) Dans cette partie, la durée de vie en heures d'une ampoule sans défaut est une variable aléatoire  $T$  qui suit la loi exponentielle d'espérance 10 000.

- a) Déterminer la valeur exacte du paramètre  $\lambda$  de cette loi.
- b) Calculer la probabilité  $P(T \geq 5 000)$ .
- c) Sachant qu'une ampoule sans défaut a déjà fonctionné pendant 7 000 heures, calculer la probabilité que sa durée de vie totale dépasse 12 000 heures.

### Partie C

L'entreprise a cherché à améliorer la qualité de sa production et affirme qu'il n'y a pas plus de 6 % d'ampoules défectueuses dans sa production. Une association de consommateurs réalise un test sur un échantillon et obtient 71 ampoules défectueuses sur 1 000.

- 1) Dans le cas où il y aurait exactement 6 % d'ampoules défectueuses, déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la fréquence d'ampoules défectueuses sur un échantillon aléatoire de taille 1 000.
- 2) A-t-on des raisons de remettre en cause l'affirmation de l'entreprise ?