

CORRECTION

1. EAT est un triangle rectangle en E.

$$\tan(\alpha) = \tan(\widehat{ETA}) = \frac{EA}{ET} = \frac{25}{x}$$

EBT est un triangle rectangle en E.

$$\tan(\beta) = \tan(\widehat{ETB}) = \frac{EB}{ET} = \frac{25+5,6}{x} = \frac{30,6}{x}$$

2. Les fonctions $\sin$ et $\cos$ sont dérivables sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ et pour nombre réel x de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$:

$$\cos x \neq 0, \quad (\sin x)' = \cos x \quad \text{et} \quad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(\tan x)' = \frac{\cos x \times \cos x - \sin x \times (-\sin x)}{(\cos x)^2} = \frac{\cos^2(x) + \sin^2(x)}{\cos^2(x)} = \frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x) > 0$$

donc $\tan$ est strictement croissante sur $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

3. $\gamma = \beta - \alpha$

$$\tan(\gamma) = \tan(\beta - \alpha) = \frac{\tan(\beta) - \tan(\alpha)}{1 + \tan(\beta) \times \tan(\alpha)} = \frac{\frac{30,6}{x} - \frac{25}{x}}{1 + \frac{25}{x} \times \frac{30,6}{x}} = \frac{5,6x}{x^2 + 765}$$

4. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0; 50]$, $h(x) = \frac{5,6x}{x^2 + 765} = \tan(\gamma) > 0$

$$f(x) = x + \frac{765}{x} = \frac{x^2 + 765}{x}$$

$$f(x) = \frac{5,6}{h(x)}$$

f et h ont des variations inverses, donc h admet un maximum si et seulement si f admet un minimum
 f est dérivable sur $]0; 50]$

$$f'(x) = 1 - \frac{765}{x^2} = \frac{x^2 - 765}{x^2} = \frac{(x + \sqrt{765})(x - \sqrt{765})}{x^2}$$

Le signe de $f'(x)$ sur $]0; 50]$ est le signe de $(x - \sqrt{765})$

donc f admet un minimum pour $\sqrt{765} = 27,66$ à 10^{-2} près

h admet donc un maximum pour $\sqrt{765} = 28$ à un mètre près.

$$\tan(\gamma) = \frac{5,6 \times \sqrt{765}}{(\sqrt{765})^2 + 765} = \frac{5,6 \times \sqrt{765}}{2 \times 765} = \frac{2,8}{\sqrt{765}} = 0,101 \text{ à } 10^{-3} \text{ près.}$$

En utilisant la calculatrice on obtient pour valeur maximale de γ : **0,01rd** à 10^{-2} près.

En degré on obtient : **5,78°**.