

- Calculatrice autorisée
- Durée : 1h30
- Rendre le sujet

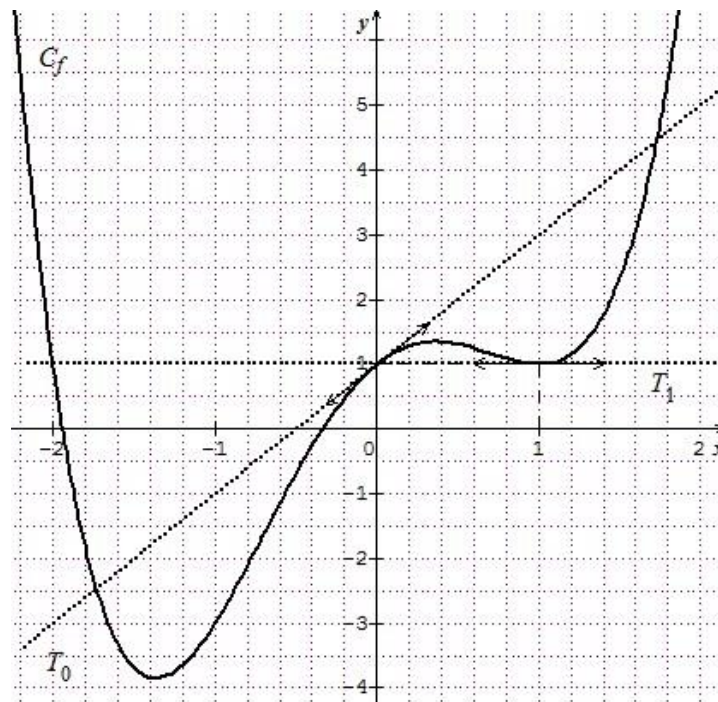
Exercice 1 :

Déterminer en justifiant les dérivées des fonctions suivantes sur les intervalles I considérés :

<u>Fonctions</u>	<u>Intervalle I</u>
$f(x) = 2\sqrt{x} + \frac{3}{x}$	$] 0 ; +\infty [$
$g(x) = \frac{-1}{5-2x}$	$] \frac{5}{2} ; +\infty [$
$h(x) = \frac{3x^2+5x-1}{x^2-3x+2}$	$] 2 ; +\infty [$

Exercice 2 : Lectures graphiques

Dans un repère orthogonal du plan, on a représenté la courbe d'une fonction f ainsi que deux de ses tangentes T_0 et T_1 .



- 1) Déterminer graphiquement en justifiant $f'(0)$ puis $f'(1)$
- 2) En déduire l'équation réduite de (T_0)
- 3) f admet-elle 1 comme minimum local en $x = 1$? Justifier
- 4) Sur $[0 ; 1]$, la dérivée de f est-elle strictement positive ? Justifier.
- 5) Pour tout $x \geq 0$, $f(x) \geq 1$: est-ce vrai ou faux ? Justifier.

Exercice 3 :

Soit la fonction f définie sur $[0 ; +\infty [$ par $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 9}$

- 1) Représenter f sur l'écran de la calculatrice.

(Indication : Pour la fenêtre graphique, prendre un YMAX aux environs de 0,5)

Conjecturer la valeur du maximum de f sur $[0 ; +\infty [$ en expliquant votre démarche. (Faire des phrases)

- 2) a) Montrer que pour tout $x \geq 0$, $f'(x) = \frac{2(3+x)(3-x)}{(x^2+9)^2}$

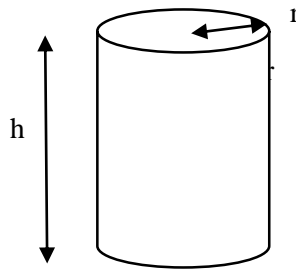
b) En déduire l'étude des variations de f

- 3) Démontrer soigneusement la conjecture faite à la question 1)

Exercice 4 :

On considère une boîte de conserve de forme cylindrique. Un volume V étant donné, on souhaite minimiser la quantité de métal utilisé pour fabriquer cette boîte.

On note r : le rayon de la base et h : la hauteur



- 1) Démontrer que la surface de métal utilisé est donnée par $S(r) = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$

- 2) a) Donner l'ensemble de définition de S
b) Etudier les variations de S sur ce domaine

- 3) En déduire les dimensions de la boîte répondant au problème posé.

Exercice 5 :

Dans cet exercice, on s'intéresse à la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (1+x)^3$ et à (C_f) , sa courbe représentative dans un repère du plan.

- 1) a) En remarquant que $(1+x)^3 = (1+x)^2(1+x)$, calculer la dérivée de f
b) Déterminer l'équation réduite de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0

- 2) On pose $g(x) = (1+x)^3 - (1+3x)$

a) Etudier les variations de g sur \mathbb{R}

b) En déduire le signe de g sur $[-2 ; 2]$

c) Quelle est la position de (C_f) par rapport à (T) sur $[-2 ; 2]$? Justifier.