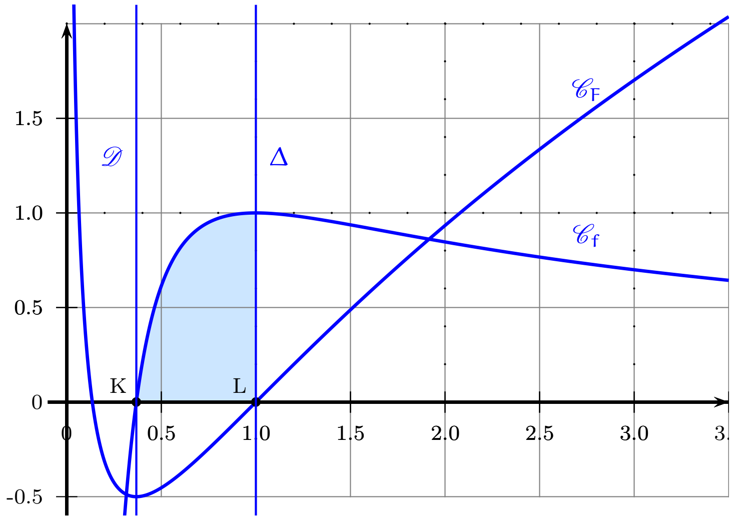
# France métropolitaine/Réunion septembre 2015. Enseignement spécifique

**EXERCICE 4 : corrigé**

**1)** Notons $x_K$ l'abscisse du point $K$. Par définition du point $K$, on a $f(x_K) = 0$ ou encore $F'(x_K) = 0$. Ainsi, en le point de $\mathscr{C}_F$ de même abscisse que $K$, $\mathscr{C}_F$ a une tangente parallèle à l'axe des abscisses. Ceci ne se produit que dans la **Situation 2**.

Les graphes exacts sont donc les graphes de la situation 2.

**2) a)** En analysant le nombre de carreaux contenu dans le domaine ci-dessous, l'aire est approximativement égale à 2 fois l'aire d'un carreau ou encore $2 \times 0,25$ unité d'aire ou enfin $0,5$ unité d'aire.




**b)** Déterminons d'abord l'abscisse du point $K$. Soit $x$ un réel strictement positif.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x}(1 + \ln(x)) = 0 \Leftrightarrow 1 + \ln(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(x) = -1 \Leftrightarrow x = e^{-1}.$$

Le point $K$ a pour abscisse $\frac{1}{e}$. D'autre part, la fonction $f$ est continue et positive sur $\left[\frac{1}{e}, 1\right]$. Donc, l'aire cherchée, exprimée en unité d'aire est

$$\begin{aligned}\mathscr{A} &= \int_{\frac{1}{e}}^{1} f(x)\,dx = \int_{\frac{1}{e}}^{1} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x}\ln(x)\right)\,dx = \left[\ln(x) + \frac{1}{2}(\ln(x))^2\right]_{\frac{1}{e}}^{1} \\ &= \left(\ln(1) + \frac{1}{2}(\ln(1))^2\right) - \left(\ln(1/e) + \frac{1}{2}(\ln(1/e))^2\right) = -\left(-1 + \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2} = 0,5.\end{aligned}$$

L'aire cherchée est égale à $0,5$ unité d'aire.