

Antilles Guyane septembre 2015. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 (4 points) (commun à tous les candidats)

Les trois questions sont indépendantes.

Toute réponse doit être justifiée.

1) On définit une suite (u_n) de réels strictement positifs par

$$u_0 = 1 \quad \text{et pour tout entier naturel } n, \quad \ln(u_{n+1}) = \ln(u_n) - 1.$$

La suite (u_n) est-elle géométrique ?

2) Soit (v_n) une suite à termes strictement positifs.

On définit la suite (w_n) par, pour tout entier naturel n , $w_n = 1 - \ln(v_n)$.

La proposition (\mathcal{P}) suivante est-elle vraie ou fausse ?

(\mathcal{P}) : si la suite (v_n) est majorée alors la suite (w_n) est majorée.

3) La suite (z_n) de nombres complexes est définie par

$$z_0 = 2 + 3i \quad \text{et, pour tout entier naturel } n \quad z_{n+1} = \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + i \frac{\sqrt{6}}{4} \right) z_n.$$

Pour quelles valeurs de n , $|z_n|$ est-il inférieur ou égal à 10^{-20} ?