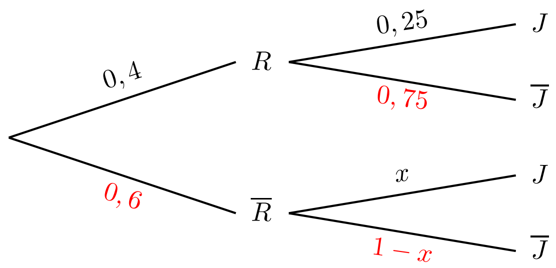
# Antilles Guyane septembre 2015. Enseignement spécifique

**EXERCICE 2 : corrigé**

**Partie A**

**1)** L'énoncé fournit $P(R) = 0,4$, $P_R(J) = 0,25$, $P_{\overline{R}} = x$ et $P(J) = 0,2$. Représentons la situation par un arbre de probabilités.




**2)** D'après la formule des probabilités totales,

$$P(J) = P(R) \times P_R(J) + P\left(\overline{R}\right) \times P_{\overline{R}}(J),$$

ou encore

$$0,20 = 0,4 \times 0,25 + 0,6 \times x,$$

et donc

$$x = \frac{0,2 - 0,4 \times 0,25}{0,6} = \frac{0,2 - 0,1}{0,6} = \frac{0,1}{0,6} = \frac{1}{6}.$$

$$\boxed{x = \frac{1}{6}.}$$

**3)** La probabilité demandée est $P_J(R)$.

$$P_J(R) = \frac{P(R \cap J)}{P(J)} = \frac{P(R) \times P_R(J)}{P(J)} = \frac{0,4 \times 0,25}{0,2} = \frac{1}{2} = 0,5.$$

$$\boxed{P_J(R) = 0,5.}$$

**Partie B**

**1)** La variable aléatoire $X$ est régie par un schéma de Bernoulli. En effet,

- 500 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues, « la bouteille est pur jus » avec une probabilité $p = 0,2$ et « la bouteille n'est pas pur jus » avec une probabilité $1 - p = 0,8$.

La variable aléatoire $X$ suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 500$ et $p = 0,2$.

**2)** La probabilité demandée est $P(X \geqslant 75)$. La calculatrice fournit

$$P(X \geqslant 75) = 1 - P(X \leqslant 74) = 0,998 \text{ arrondi au millième.}$$

**Partie C**

**1)** Ici, $n = 900$ et $p = 0,9$. On note que $n \geqslant 30$ puis $np = 810$ et donc $np \geqslant 5$ et aussi $n(1-p) = 90$ et donc $n(1-p) \geqslant 5$. Un intervalle de fluctuation au seuil de 95% est

$$\left[p - 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + 1,96\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right] = \left[0,9 - 1,96\sqrt{\frac{0,9 \times 0,1}{900}}; 0,9 + 1,96\sqrt{\frac{0,9 \times 0,1}{900}}\right] = [0,8804; 0,9196].$$

**2)** La fréquence observée est $f = \dfrac{766}{900} = 0,851$ arrondi à $10^{-3}$. La fréquence $f$ n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation et on peut donc penser que l'affirmation du fournisseur est fausse au risque de se tromper de 5%.