

EXERCICE 2 : corrigé

1) Un vecteur normal au plan $\mathcal{P}_1$ est le vecteur $\vec{n}_1$ de coordonnées $(1, 1, 1)$ et un vecteur normal au plan $\mathcal{P}_2$ est le vecteur $\vec{n}_2$ de coordonnées $(7, -2, 1)$.

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 1 \times 7 + 1 \times (-2) + 1 \times 1 = 6.$$

En particulier, $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \neq 0$ ou encore, les vecteurs $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ ne sont pas orthogonaux. On en déduit que les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ ne sont pas perpendiculaires. L'affirmation 1 est fausse.

2) Les vecteurs $\vec{n}_1$ et $\vec{n}_2$ ne sont pas colinéaires et donc les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ ne sont pas parallèles. On en déduit que les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont sécants en une droite.

Notons $\mathcal{D}$ la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -3t \\ y = -2t + 1 \\ z = -3t + 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Soit $M(-3t, -2t + 1, -3t + 4), t \in \mathbb{R}$, un point quelconque de $\mathcal{D}$.

$$x_M + y_M + z_M - 5 = -3t - 2t + 1 - 3t + 4 - 5 = -8t.$$

Par exemple, si $t = 1$, $x_M + y_M + z_M - 5 \neq 0$ ou encore le point $(-3, -1, 1)$ est un point de $\mathcal{D}$ qui n'appartient pas à $\mathcal{P}_1$. On en déduit que la droite d'intersection des plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ n'est pas la droite $\mathcal{D}$. La proposition 2 est fausse.

3) Ici, $n = 312$ et $f = \frac{223}{312}$. On note que $n \geq 30$, $nf = 223 \geq 5$ et $n(1 - f) = 89 \geq 5$. Un intervalle de confiance au niveau de confiance 95% est

$$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}, f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right] = \left[\frac{223}{312} - \frac{1}{\sqrt{312}}, \frac{223}{312} + \frac{1}{\sqrt{312}} \right] = [0,658; 0,772]$$

en arrondissant de manière à élargir un peu l'intervalle. La proposition 3 est probablement vraie.

4) Décrivons les différentes de l'algorithme.

- $a = 1$ et $b = 2$.
- $b - a > 0,3$ et donc $x = 1,5$.
- $f(a)f(x) = f(1)f(1,5) = (-2) \times (-0,75) > 0$. Donc $a = 1,5$ et $b = 2$.
- $b - a > 0,3$ et donc $x = 1,75$.
- $f(a)f(x) = (-0,75) \times (1) < 0$. Donc $a = 1,5$ et $b = 1,75$.
- $b - a \leq 0,3$ et donc $x = \frac{1,5 + 1,75}{2} = 1,625$.
- L'algorithme affiche 1,625. La proposition 4 est fausse.