

+

Examen de Physique des ondes

Effet Doppler

Fonctionnement d'un radar routier (les question 1,2 et 3,4,5,6 sont indépendantes)

Pour mesurer la vitesse d'un véhicule, un radar émet dans sa direction une onde électromagnétique de fréquence ν , d'amplitude A_m et de phase à l'origine ϕ et qui se propage avec une célérité c . L'onde est réfléchiée sur le véhicule et revient sur le radar avec un retard τ .

- 1) Le véhicule est à l'arrêt à une distance d du radar. Exprimer ν_R , la fréquence de l'onde réfléchiée et τ en fonction de ν , d et c .

$$\nu_R = \nu$$
$$\tau = \frac{2d}{c}$$

- 2) Quelle est l'expression de $\xi_R(t)$, l'équation temporelle de l'onde réfléchiée au niveau du radar en fonction de ν , A_m , ϕ et c (bien qu'il s'agisse d'un « aller-retour », on considérera que l'onde se propage en permanence selon la direction des x croissants)

L'onde se propage dans le sens des x croissant $\Rightarrow$ elle a parcouru la distance $2d$.

$$\xi_R(t) = A_m e^{i(2\pi\nu t - 2kd + \phi)}$$
$$\text{avec } k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{cT} = \frac{2\pi\nu}{c}$$

- 3) Le véhicule s'éloigne maintenant du radar avec une vitesse v . Exprimez ν' , la fréquence de l'onde reçue par ce véhicule en fonction de ν , c et v .

$$\nu' = \nu \frac{\left(1 - \frac{v_R}{c} \cos(\vec{v}_R \cdot \vec{c})\right)}{1 - \frac{v_S}{c} \cos(\vec{v}_S \cdot \vec{c})}$$

Ici $\begin{cases} |\vec{v}_R| = v \\ |\vec{v}_S| = 0 \end{cases}$ et $\vec{v}_R$ et $\vec{c}$ colinéaires et de même sens $\Rightarrow \cos(\vec{v}_R \cdot \vec{c}) = 1 \Rightarrow \nu' = \nu \left(1 - \frac{v}{c}\right)$

- 4) L'onde reçue par le véhicule est renvoyée à la fréquence ν' vers le radar. Exprimez ν'' , la fréquence de l'onde reçue par le radar en fonction de ν' , c et v .

$$\nu'' = \nu' \frac{\left(1 - \frac{v_R}{c} \cos(\vec{v}_R \cdot \vec{c})\right)}{1 - \frac{v_S}{c} \cos(\vec{v}_S \cdot \vec{c})}$$

Ici $\begin{cases} |\vec{v}_R| = 0 \\ |\vec{v}_S| = v \end{cases}$ et $\vec{v}_S$ et $\vec{c}$ colinéaires et de sens opposés $\Rightarrow \cos(\vec{v}_R \cdot \vec{c}) = -1 \Rightarrow \nu'' = \nu' \frac{1}{\left(1 + \frac{v}{c}\right)}$

- 5) En déduire la relation ν'' , ν , c et v .

$$\nu'' = \nu \frac{\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{\left(1 + \frac{v}{c}\right)}$$

- 6) $v = 140 \text{ km/h}$, $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$, $\nu = 2.10^{10} \text{ Hz}$, calculer $\Delta\nu = \nu - \nu''$. On se placera dans l'approximation $v \ll c$

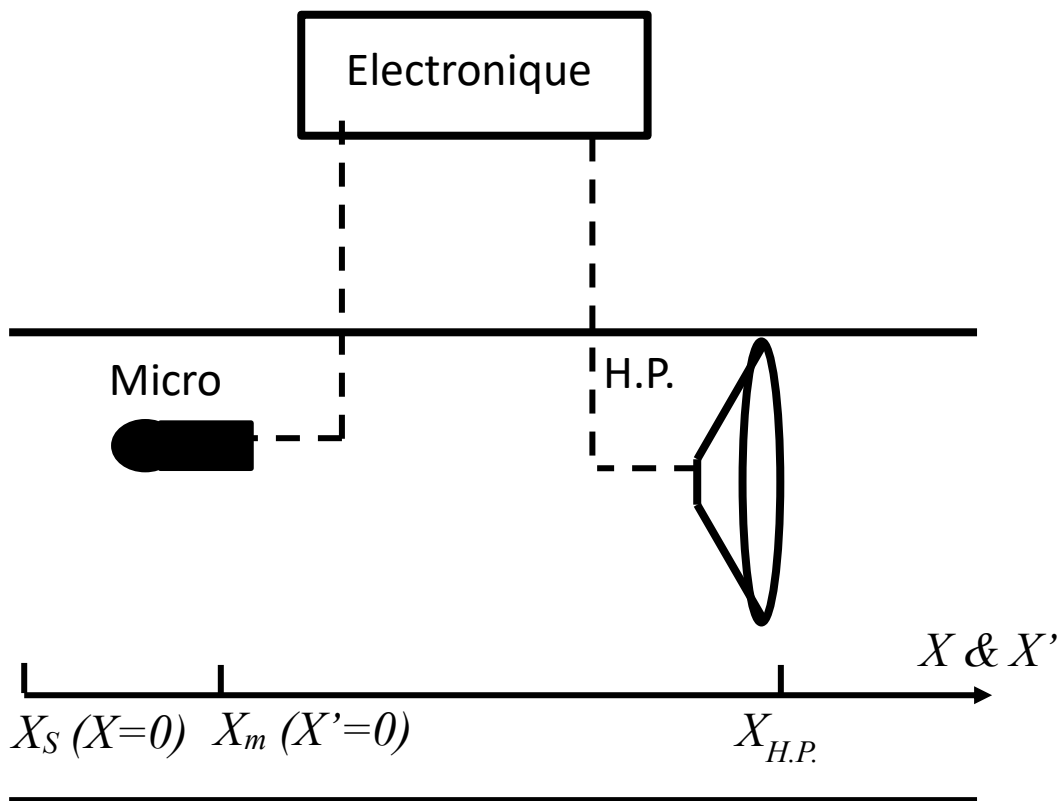
$$\Delta \nu = \nu - \nu'' = \nu - \nu \frac{\left(1 - \frac{v}{c}\right)}{\left(1 + \frac{v}{c}\right)} = \nu \left(1 - \left(1 - \frac{v}{c}\right) \cdot \left(1 + \frac{v}{c}\right)^{-1}\right) \approx \nu \left(1 - \left(1 - \frac{v}{c}\right)^{-2}\right) \approx \nu \left(1 - \left(1 - \frac{2v}{c}\right)\right)$$

$$\Delta \nu \approx \nu \cdot \frac{2v}{c}$$

$$\Delta \nu \approx 2.10^{10} \left(\frac{2 \times 140.10^3}{3600 \times 3.10^8} \right) = \frac{4 \times 140}{36 \times 3} \cdot 10^3 \approx 5185 \text{ Hz}$$

II) Problème

On souhaite éliminer un bruit transporté par une conduite. Pour ce faire, on développe le dispositif suivant : On place une micro dans la conduite pour mesurer l'onde sonore. A partir de cette mesure, on génère (via une électronique) avec un haut-parleur (H.P.) une seconde onde sonore dont la présence permet d'éliminer le bruit en aval (c.a.d. après le H.P.). On a donc le dispositif schématisé par la figure suivante : Le sens croissant de l'axe des X est choisie dans la direction de propagation du son.



Dans un premier temps, l'origine de l'axe des X est placée sur la source de bruit ($X_s=0$). La source émet une onde de pression qui s'exprime comme $P(x,t) = P_0 \cdot e^{i(\omega t - k \cdot x)}$

- 1) Justifier cette écriture et donner la valeur de la phase à l'origine.

C'est bien l'expression d'une onde plane se propageant dans le sens des x croissants.

la phase à l'origine est la phase de $P(0,0) \Rightarrow \omega \cdot 0 - k \cdot 0 = 0$

- 2) Exprimer l'équation temporelle de la pression sur le micro positionné en X_m .

$$P(X_m, t) = P_0 \cdot e^{i(\omega t - k \cdot X_m)}$$

- 3) On effectue maintenant un changement de variable. On considère une nouvel axe OX' confondu avec le précédent mais dont l'origine des X' est placée sur le micro.

Exprimez $P_m(X', t)$ la nouvelle équation de cette même onde sonore (on choisira la phase à l'origine comme égale à 0). En déduire $P_m(X, t)$, l'expression de cette onde en fonction de X (pour ce faire, on écrira la relation reliant X et X') et φ la nouvelle phase à l'origine en fonction de X_m .

$$P_m(X', t) = P_0 \cdot e^{i(\omega t - k \cdot X')}$$

$$X' = X - X_m$$

$$P_m(X, t) = P_0 \cdot e^{i(\omega t - k \cdot (X - X_m))} = P_0 \cdot e^{i(\omega t - k \cdot X + \varphi)} \text{ avec } \varphi = k \cdot X_m$$

- 4) On génère avec le H.P. une onde d'amplitude P_1 , de pulsation ω' et de phase à l'origine φ_1 , se propageant dans les sens des X croissants. On choisit la position du H.P. comme nouvelle origine de l'axe des X . Exprimer $P_{H.P.}(X'', t)$, l'équation de cette onde (X'' est la variable définissant une position sur l'axe X à partir de la nouvelle origine)

$$P_{H.P.}(X'', t) = P_1 \cdot e^{i(\omega' t - k \cdot X'' + \varphi_1)}$$

- 5) On veut donc supprimer le bruit. Exprimez la relation entre $P(X, t)$ l'onde sonore initiale et $P_{H.P.}(X'', t)$ au niveau du H.P.

$$\text{on veut : } P_M(X_{H.P.}, t) + P_{H.P.}(X'' = 0, t) = 0$$

- 1) En déduire les relations entre ω' , P_1 et φ_1 en fonction de ω , P_0 , et $X_{H.P.}$, puis
 exprimer $P_{H.P.}(X, t)$ (l'équation de l'onde générée par le H.P. en fonction de X , c.a.d.
 avec la source du bruit comme de l'axe X)

$$\text{on veut : } P_M(X_{H.P.}, t) + P_{H.P.}(X'' = 0, t) = 0 \Rightarrow P_M(X_{H.P.}, t) = -P_{H.P.}(X'' = 0, t) \quad \forall t$$

$$\Rightarrow \omega' = \omega$$

$$\text{on a alors : } P_M(X_{H.P.}, t) = -P_{H.P.}(0, t) \Rightarrow P_0 e^{i(\omega t - k X_{H.P.})} = -P_1 e^{i(\omega t + \varphi_1)} \quad \forall t$$

$$\Rightarrow \begin{cases} P_1 = P_0 \\ P_0 e^{-ik X_{H.P.}} = P_0 e^{i(\varphi_1 + \pi)} \Rightarrow \varphi_1 = -k X_{H.P.} - \pi \text{ ou } \varphi_1 = -k X_{H.P.} + \pi \end{cases}$$

$$P_{H.P.}(X, t) \Rightarrow P_0 e^{i(\omega t - k X - k X_{H.P.} + \pi)} = P_0 e^{i(\omega t - k(X - X_{H.P.}) + \pi)}$$