Pondichéry 2014. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 : corrigé

Proposition 1	**FAUX**
Proposition 2	**FAUX**
Proposition 3	**VRAI**
Proposition 4	**VRAI**

Justification 1 : Toute suite croissante et majorée converge. Par exemple, la suite (u_n) définie par : pour tout entier naturel n, $u_n = -\dfrac{1}{n+1}$.

La suite (u_n) est un exemple de suite croissante qui tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$. Donc la proposition 1 est fausse.

Justification 2 : 0 est aussi solution de l'équation $2x = 2x\ln(2x+1)$. Donc la proposition 2 est fausse.

Justification 3 : Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ est $g'\left(\dfrac{1}{2}\right)$.

Or, pour tout réel x de $\left]-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$,

$$g'(x) = 2\left(1 \times \ln(2x+1) + x \times \frac{2}{2x+1}\right) = 2\ln(2x+1) + \frac{4x}{2x+1}.$$

Par suite,

$$g'\left(\frac{1}{2}\right) = 2\ln\left(2 \times \frac{1}{2} + 1\right) + \frac{4 \times \frac{1}{2}}{2 \times \frac{1}{2} + 1} = 2\ln 2 + 1 = \ln\left(2^2\right) + 1 = 1 + \ln(4).$$

Donc la proposition 3 est vraie.

Justification 4 : Un vecteur normal au plan $\mathscr{P}$ est le vecteur $\overrightarrow{n}(2,3,-1)$ et un vecteur normal au plan $\mathscr{R}$ est le vecteur $\overrightarrow{n'}(1,1,5)$.

$$\overrightarrow{n}.\overrightarrow{n'} = 2 \times 1 + 3 \times 1 + (-1) \times 5 = 0.$$

Ainsi, des vecteurs normaux à $\mathscr{P}$ et $\mathscr{R}$ respectivement sont orthogonaux et donc les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{R}$ se coupent perpendiculairement. La proposition 4 est vraie.

