Nouvelle Calédonie. Novembre 2014. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 : corrigé

Partie A

1) X suit une loi binomiale. En effet,

- 2 000 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues à savoir « le cône est défectueux » avec une probabilité $p = 0,003$ et « le cône n'est pas défectueux » avec une probabilité $1 - p = 0,997$.

Donc, X suit une loi binomiale de paramètres $n = 2\,000$ et $p = 0,003$.

2) La probabilité demandée est $p\,(X \leqslant 11)$. La calculatrice fournit

$$\boxed{p\,(X \leqslant 11) = 0,980 \text{ arrondi au millième.}}$$

Partie B

Soit $Z = \dfrac{Y - 110}{\sigma}$. On sait que Z suit la loi normale centrée réduite c'est-à-dire la loi normale de moyenne 0 et d'écart-type 1.

$$104 \leqslant Y \leqslant 116 \Leftrightarrow -6 \leqslant Y - 110 \leqslant 6 \Leftrightarrow -\frac{6}{\sigma} \leqslant \frac{Y-110}{\sigma} \leqslant \frac{6}{\sigma} \Leftrightarrow -\frac{6}{\sigma} \leqslant Z \leqslant \frac{6}{\sigma},$$

et donc $p(104 \leqslant Y \leqslant 116) = p\left(-\dfrac{6}{\sigma} \leqslant Z \leqslant \dfrac{6}{\sigma}\right)$. L'énoncé donne $p\left(-\dfrac{6}{\sigma} \leqslant Z \leqslant \dfrac{6}{\sigma}\right) = 0,98$. Pour des raisons de symétrie, $p\left(Z \leqslant -\dfrac{6}{\sigma}\right) = \dfrac{1 - 0,98}{2} = 0,01$ et donc

$$p\left(Z \leqslant \frac{6}{\sigma}\right) = p\left(Z \leqslant -\frac{6}{\sigma}\right) + p\left(-\frac{6}{\sigma} \leqslant Z \leqslant \frac{6}{\sigma}\right) = 0,98 + 0,01 = 0,99.$$

La calculatrice fournit $\dfrac{6}{\sigma} = 2,32\ldots$ ou encore $\sigma = 2,57\ldots$ et donc

$$\boxed{\sigma = 2,6 \text{ à } 10^{-1} \text{ près par excès.}}$$

Partie C

Ici, $n = 900$ et $f = \dfrac{795}{900} = \dfrac{53}{60}$. On note que $n \geqslant 30$ puis $nf = 795$ et donc $nf \geqslant 5$ et $n(1-f) = 105$ et donc $n(1-f) \geqslant 5$.

L'intervalle de confiance, au niveau de confiance de 95 % est $\left[f - \dfrac{1}{\sqrt{n}}, f + \dfrac{1}{\sqrt{n}}\right]$ ou encore $\left[\dfrac{53}{60} - \dfrac{1}{30}, \dfrac{53}{60} + \dfrac{1}{30}\right]$ ou encore $\left[\dfrac{51}{60}, \dfrac{55}{60}\right]$ ou enfin $[0,85; 0,91\ldots]$. La probabilité $p = 0,84$ n'appartient pas à l'intervalle de confiance et donc on ne peut pas affirmer, au niveau de confiance de 95 %, que le pourcentage de Français consommant régulièrement des glaces est resté stable entre les années 2000 et 2010.

