Centres étrangers 2014. Enseignement spécifique

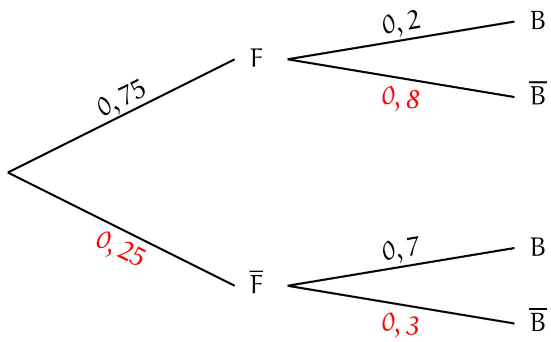
EXERCICE 1 : corrigé

1)	**réponse c)**
2)	**réponse d)**
3)	**réponse c)**
4)	**réponse a)**

Explication 1

Notons F l'événement : « le client est une femme » et B l'événement « le client achète un article au rayon bricolage ».

L'énoncé donne $p(F) = 0,75$, $p_F(B) = 0,2$ et $p_{\overline{F}}(B) = 0,7$. On veut calculer $p_B(F)$. Représentons la situation par un arbre.



D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned} p(B) &= p(F \cap B) + p\left(\overline{F} \cap B\right) = p(F) \times p_F(B) + p\left(\overline{F}\right) \times p_{\overline{F}}(B) \\ &= 0,75 \times 0,2 + (1 - 0,75) \times 0,7 = 0,325. \end{aligned}$$

On en déduit que

$$p_B(F) = \frac{p(F \cap B)}{p(B)} = \frac{p(F) \times p_F(B)}{p(B)} = \frac{0,75 \times 0,2}{0,325} = 0,462 \text{ arrondie au millième.}$$

La bonne réponse est la réponse c.

Explication 2

Notons X le nombre de personnes ayant acheté le modèle d'odinateur. X suit une loi binomiale. En effet,

- 10 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues à savoir « le client achète le modèle d'ordinateur » avec une probabilité $p = 0,3$ et « le client n'achète pas le modèle d'ordinateur » avec une probabilité $1 - p = 0,7$.

Donc, X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,3$.

La probabilité demandée est $p(X = 3)$. La calculatrice fournit

$$p(X = 3) = \binom{10}{3} \times 0,3^3 \times 0,7^7 = 0,267 \text{ arrondie au millième.}$$

La bonne réponse est la réponse d.

Explication 3

Notons X la variable aléatoire considérée. Pour tout réel t, on a

$$p(X \leqslant t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\, dx = \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^t = \left(-e^{-\lambda t}\right) - \left(-e^0\right) = 1 - e^{-\lambda t},$$

et donc aussi

$$p(X \geqslant t) = 1 - p(X \leqslant t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right) = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{t}{8}}.$$

La probabilité demandée est $p(X \geqslant 6)$.

$$p(X \geqslant 6) = e^{-\frac{6}{8}} = e^{-0,75} = 0,472 \text{ arrondie au millième.}$$

La bonne réponse est la réponse c.

Explication 4

Notons X la variable aléatoire considérée. X suit la loi normale de paramètres $\mu = 200$ et d'écart-type noté σ. Posons $Z = \dfrac{X - 200}{\sigma}$. On sait que la variable aléatoire Z suit une loi normale centrée réduite.
L'énoncé donne $p(184 \leqslant X \leqslant 216) = 0,954$. Or,

$$184 \leqslant X \leqslant 216 \Leftrightarrow -16 \leqslant X - 200 \leqslant 16 \Leftrightarrow -\frac{16}{\sigma} \leqslant \frac{X - 200}{\sigma} \leqslant \frac{16}{\sigma} \Leftrightarrow -\frac{16}{\sigma} \leqslant Z \leqslant \frac{16}{\sigma}.$$

L'égalité $p\left(-\dfrac{16}{\sigma} \leqslant Z \leqslant \dfrac{16}{\sigma}\right) = 0,954$ fournit encore $p\left(Z \leqslant \dfrac{16}{\sigma}\right) = 0,954 + \dfrac{1 - 0,954}{2} = 0,977$. La calculatrice fournit alors $\dfrac{16}{\sigma} = 2$ arrondi à 10^{-2} puis $\sigma \approx 8$.

L'énoncé demande alors $p(X \leqslant 192)$. La calculatrice fournit $p(X \leqslant 192) = 0,16$ arrondie au centième. La bonne réponse est la réponse a.

