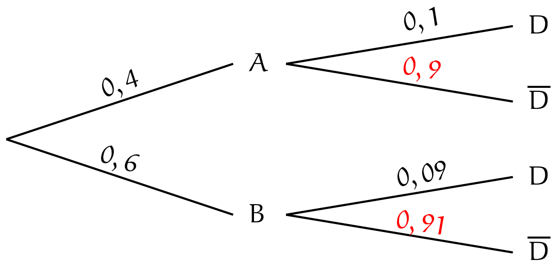
France métropolitaine. Septembre 2013. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 : corrigé

1) a) Représentons la situation par un arbre.



b) La probabilité demandée est $p(A \cap D)$.

$$p(A \cap D) = p(A) \times p_A(D) = 0,4 \times 0,1 = 0,04.$$

$$\boxed{p(A \cap D) = 0,04.}$$

c) La probabilité demandée est $p(D)$. D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned} p(D) &= p(A \cap D) + p\left(\overline{A} \cap D\right) = p(A) \times p_A(D) + p\left(\overline{A}\right) \times p_{\overline{A}}(D) \\ &= 0,4 \times 0,1 + 0,6 \times 0,09 = 0,04 + 0,054 = 0,094. \end{aligned}$$

$$\boxed{p(D) = 0,094.}$$

d) La probabilité demandée est $p_D(A)$.

$$p_D(A) = \frac{p(A \cap D)}{p(D)} = \frac{0,04}{0,094} = \frac{40}{94} = \frac{20}{47}.$$

$$\boxed{p_D(A) = \frac{20}{47} = 0,426 \text{ arrondi à } 10^{-3}.}$$

2) a) X_n suit une loi binomiale. En effet,

- n expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues à savoir « la pièce prélevée est conforme » avec une probabilité $p = 0,9$ et « la pièce prélevée n'est pas conforme » avec une probabilité $1 - p = 0,1$.

Donc, X_n suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,9$.

b) Ici $n = 150$ et $p = 0,9$. L'intervalle de fluctuation asymptotique I au seuil de 95 % de la variable aléatoire F_{150} est

$$\left[p - 1,96\frac{\sqrt{p \times (1-p)}}{\sqrt{n}}, p + 1,96\frac{\sqrt{p \times (1-p)}}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,9 - 1,96\frac{\sqrt{0,9 \times 0,1}}{\sqrt{150}}; 0,9 + 1,96\frac{\sqrt{0,9 \times 0,1}}{\sqrt{150}}\right].$$

En arrondissant de manière à élargir un peu l'intervalle, on obtient l'intervalle $[0,85; 0,95]$.

c) La fréquence de pièces conformes observée est $f = \frac{150 - 21}{150} = \frac{129}{150} = 0,86$. La fréquence f appartient à l'intervalle de fluctuation. On ne peut donc pas remettre en cause le réglage de la machine.

