

Nouvelle Calédonie. Novembre 2013. Enseignement de Spécialité

EXERCICE 4 (5 points) (candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité)

On note E l'ensemble des vingt-sept nombres entiers compris entre 0 et 26.

On note A l'ensemble dont les éléments sont les vingt-six lettres de l'alphabet et un séparateur entre deux mots, noté « \star » considéré comme un caractère.

Pour coder les éléments de A , on procède de la façon suivante :

- Premièrement : On associe à chacune des lettres de l'alphabet, rangées par ordre alphabétique, un nombre entier naturel compris entre 0 et 25, rangés par ordre croissant. On a donc $a \rightarrow 0, b \rightarrow 1, \dots, z \rightarrow 25$.

On associe au séparateur « \star » le nombre 26.

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	\star
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

On dit que a a pour rang 0, b a pour rang 1, ... , z a pour rang 25 et le séparateur « \star » a pour rang 26.

- Deuxièmement : à chaque élément x de E , l'application g associe le reste de la division euclidienne de $4x + 3$ par 27.

On remarquera que pour tout x de E , $g(x)$ appartient à E .

- Troisièmement : Le caractère initial est alors remplacé par le caractère de rang $g(x)$.

Exemple : $s \rightarrow 18$, $g(18) = 21$ et $21 \rightarrow v$. Donc la lettre s est remplacée lors du codage par la lettre v .

- 1) Trouver tous les entiers x de E tels que $g(x) = x$ c'est-à-dire invariants par g .

En déduire les caractères invariants dans ce codage.

- 2) Démontrer que, pour tout entier naturel x appartenant à E et tout entier naturel y appartenant à E , si $y \equiv 4x + 3 \pmod{27}$ alors $x \equiv 7y + 6 \pmod{27}$.

En déduire que deux caractères distincts sont codés par deux caractères distincts.

- 3) Proposer une méthode de décodage.

- 4) Décoder le mot « $vf v$ ».