Nouvelle Calédonie. Novembre 2013. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 : corrigé

Partie A

1) La probabilité que la bille choisie soit aux normes est

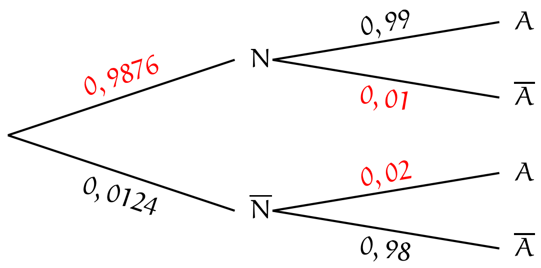
$$P(9 \leqslant X \leqslant 11) = P(X \leqslant 11) - P(X \leqslant 9) = 0,99379034 - 0,00620967 = 0,98758067.$$

La probabilité que la bille choisie soit hors norme est

$$1 - P(9 \leqslant X \leqslant 11) = 1 - 0,98758067 = 0,01241933.$$

En arrondissant à 10^{-4}, on obtient $0,0124$.

2) a) Représentons la situation par un arbre de probabilités.



b) D'après la formule des probabilités totales,

$$\begin{aligned} P(A) &= P(N \cap A) + P\left(\overline{N} \cap A\right) = P(N) \times P_N(A) + P\left(\overline{N}\right) \times P_{\overline{N}}(A) \\ &= (1 - 0,0124) \times 0,99 + 0,0124 \times (1 - 0,98) = 0,9780 \text{ arrondi à } 10^{-4}. \end{aligned}$$

$$\boxed{P(A) = 0,9780 \text{ arrondi à } 10^{-4}.}$$

c) La probabilité demandée est $P_A\left(\overline{N}\right)$.

$$P_A\left(\overline{N}\right) = \frac{P\left(\overline{N} \cap A\right)}{P(A)} = \frac{P\left(\overline{N}\right) \times P_{\overline{N}}(A)}{P(A)} = \frac{0,0124 \times 0,02}{0,9780} = 0,000253\ldots.$$

$$\boxed{P_A\left(\overline{N}\right) = 0,0003 \text{ arrondi à } 10^{-4}.}$$

Partie B

1) Y suit une loi binomiale. En effet,

- 100 expériences identiques et indépendantes sont effectuées (choisir une bille 100 fois) ;
- chaque expérience a deux issues à savoir « la bille est hors norme » avec une probabilité $p = 0,0124$ et « la bille choisie est aux normes » avec une probabilité $1 - p = 0,9876$.

Donc, Y suit une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,0124$.

2) On sait que l'espérance de Y est $E(Y) = np = 100 \times 0,0124 = 1,24$ et l'écart-type de Y est $\sigma(Y) = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{100 \times 0,0124 \times 0,9876} = 1,1066$ arrondi à 10^{-4}.

$$\boxed{E(Y) = 1,24 \text{ et } \sigma(Y) = 1,1066 \text{ arrondi à } 10^{-4}.}$$

3) La probabilité demandée est $P(Y = 2)$. La calculatrice fournit

$$\boxed{P(Y = 2) = 0,2241 \text{ arrondi à } 10^{-4}.}$$

4) La probabilité demandée est $P(Y \leqslant 1)$. La calculatrice fournit

$$\boxed{P(Y \leqslant 1) = 0,6477 \text{ arrondi à } 10^{-4}.}$$

