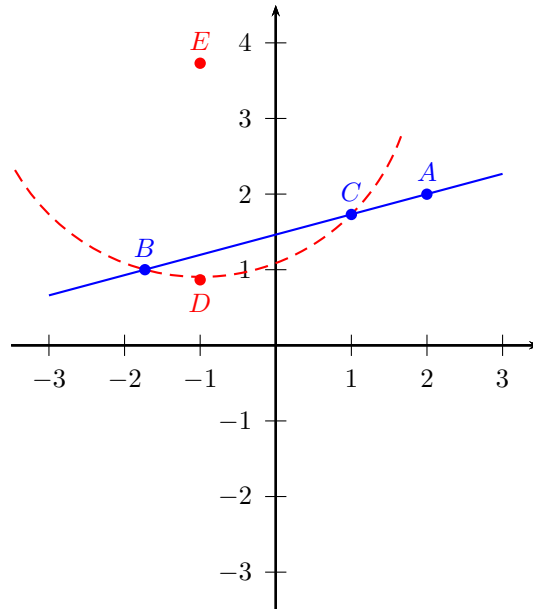


EXERCICE 3 : corrigé

- 1) VRAI
- 2) FAUX
- 3) VRAI
- 4) VRAI



1) Les coordonnées des points A , B et C sont respectivement $(2, 2)$, $(-\sqrt{3}, 1)$ et $(1, \sqrt{3})$. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont $(-\sqrt{3} - 2, -1)$ et les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AC}$ sont $(-1, \sqrt{3} - 2)$.

$$\begin{vmatrix} -\sqrt{3} - 2 & -1 \\ -1 & \sqrt{3} - 2 \end{vmatrix} = (-\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} - 2) - 1 = (-2)^2 - (\sqrt{3})^2 - 1 = 4 - 3 - 1 = 0.$$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et donc que les points A , B et C sont alignés. L'affirmation 1 est vraie.

2)

$$\begin{aligned} BE &= |z_E - z_B| = |-1 + (2 + \sqrt{3})i + \sqrt{3} - i| = |(\sqrt{3} - 1) + (1 + \sqrt{3})i| = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2 + (1 + \sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{3 - 2\sqrt{3} + 1 + 3 + 2\sqrt{3} + 1} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} = 2,82\dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CE &= |z_E - z_C| = |-1 + (2 + \sqrt{3})i - 1 - i\sqrt{3}| = |-2 + 2i| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} \\ &= \sqrt{8} = 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

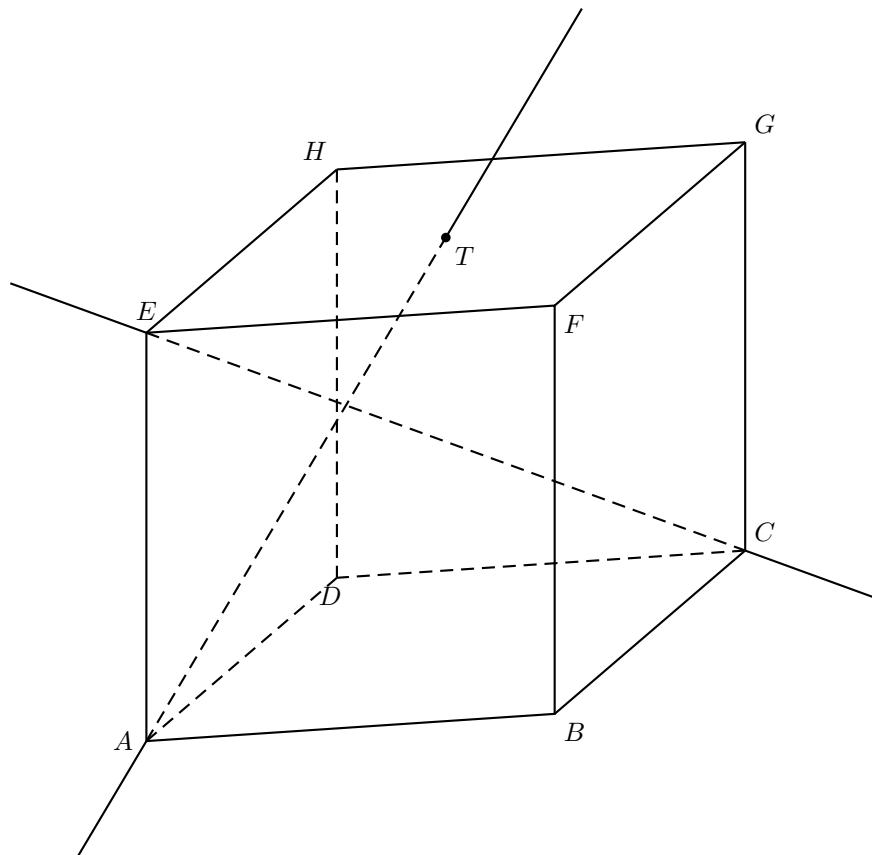
$$\begin{aligned} DE &= |z_E - z_D| = \left| -1 + (2 + \sqrt{3})i + 1 - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right| = \left| \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) i \right| = \left(2 + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) |i| \\ &= 2 + \frac{\sqrt{3}}{2} = 2,86\dots \end{aligned}$$

Donc, $DE \neq BE$. L'affirmation 2 est fausse

3) Une équation cartésienne du plan (IJK) est bien sûr $x + y + z = 1$.
Soit $M(2 - t, 6 - 2t, -2 + t)$, $t \in \mathbb{R}$, un point de $\mathcal{D}$.

$$M \in (IJK) \Leftrightarrow 2 - t + 6 - 2t - 2 + t = 1 \Leftrightarrow -2t + 5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}.$$

Pout $t = \frac{5}{2}$, on obtient le point de coordonnées $\left(-\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2}\right)$, c'est-à-dire le point E . L'affirmation 3 est vraie.



4) On se place dans le repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

Le point H a pour coordonnées $(0, 1, 1)$ et le point F a pour coordonnées $(1, 0, 1)$. Le point T a donc pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$ puis le vecteur $\overrightarrow{AT}$ a donc pour coordonnées $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\right)$.

D'autre part, le point E a pour coordonnées $(0, 0, 1)$ et le point C a pour coordonnées $(1, 1, 0)$. Donc le vecteur $\overrightarrow{EC}$ a pour coordonnées $(1, 1, -1)$.

$$\overrightarrow{AT} \cdot \overrightarrow{EC} = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times 1 + 1 \times (-1) = 0.$$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{AT}$ et $\overrightarrow{EC}$ sont orthogonaux ou encore les droites (AT) et (EC) sont orthogonales. L'affirmation 4 est vraie.