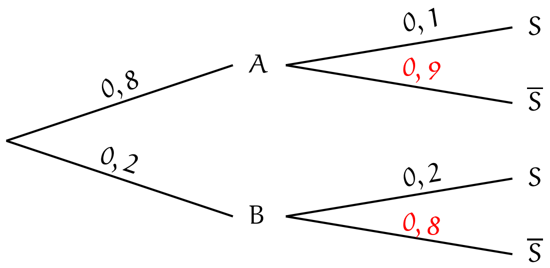
Asie 2013. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 : corrigé

Partie A

1) Représentons la situation par un arbre.



2) a)

$$p\left(B\cap\overline{S}\right)=p(B)\times p_B\left(\overline{S}\right)=p(B)\times(1-p_B(S))=0,2\times(1-0,2)=0,16.$$

$$\boxed{p\left(B\cap\overline{S}\right)=0,16.}$$

b) La probabilité demandée est $p\left(\overline{S}\right)$. D'après la formule des probabilités totales,

$$p\left(\overline{S}\right)=p\left(A\cap\overline{S}\right)+p\left(B\cap\overline{S}\right)=p(A)\times p_A\left(\overline{S}\right)+p(B)\times p_B\left(\overline{S}\right)=0,8\times(1-0,1)+0,2\times(1-0,2)=0,88.$$

$$\boxed{p\left(\overline{S}\right)=0,88.}$$

3) La probabilité demandée est $p_S(B)$. D'après les deux questions précédentes $P(S)=1-P\left(\overline{S}\right)=1-0,88=0,12$ et $P(B\cap S)=P(B)-P\left(B\cap\overline{S}\right)=0,2-0,16=0,04$. Donc

$$p_S(B)=\frac{p(B\cap S)}{p(S)}=\frac{0,04}{0,12}=\frac{1}{3}=0,33 \text{ arrondi au centième.}$$

$$\boxed{p_S(B)=\frac{1}{3}=0,33 \text{ arrondi au centième.}}$$

Partie B

1) X suit une loi binomiale. En effet,

- 10 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues à savoir « la boîte est sans trace de pesticide » avec une probabilité $p=P\left(\overline{S}\right)=0,88$ d'après la question 2)b) de la partie A et « la boîte a des traces de pesticide » avec une probabilité $1-p=0,12$.

Donc, X suit une loi binomiale de paramètres $n=10$ et $p=0,88$.

2) La probabilité demandée est $P(X=10)$.

$$P(X=10)=\binom{10}{10}\times 0,88^{10}\times 0,12^{0}=0,88^{10}=0,28 \text{ arrondi au centième.}$$

3) La probabilité demandée est $P(X\geqslant 8)$. La calculatrice fournit

$$P(X\geqslant 8)=0,89 \text{ arrondi au centième.}$$

Partie C

1) L'intervalle de fluctuation asymptotique de la variable aléatoire F au seuil de 95% est

$$\left[0,88-1,96\frac{\sqrt{0,88\times(1-0,88)}}{\sqrt{50}},0,88+1,96\frac{\sqrt{0,88\times(1-0,88)}}{\sqrt{50}}\right]=[0,78;0,98],$$

en arrondissant de manière à élargir un peu l'intervalle.

2) On note tout d'abord que $n \geqslant 30$ puis que $np = 50\times 0,88 = 44$ et $n(1-p) = 50\times 0,12 = 6$ et donc que $np \geqslant 5$ et $n(1-p) \geqslant 5$.

La fréquence de boites sans trace de pesticides est $f = \dfrac{50-12}{50} = \dfrac{76}{100} = 0,76$. Cette fréquence n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation déterminé en 1). Donc, l'inspecteur de la brigade de répression peut décider, au seuil de 95%, que la publicité est mensongère.

