

EXERCICE 1 : corrigé

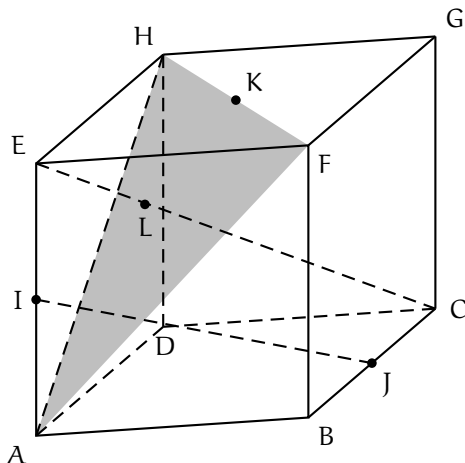
1) réponse b)

2) réponse c)

3) réponse d)

4) réponse b)

5) réponse d)



Explication 1. Si les droites (EC) et (IJ) sont coplanaires, le point J appartient au plan (ECI) qui est aussi le plan (ECA). Ceci est faux et donc les droites (EC) et (IJ) ne sont pas coplanaires. La bonne réponse est la réponse b).

Explication 2. Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$, les coordonnées respectives des points A, F, B et G sont $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 1)$, $(1, 0, 0)$ et $(1, 1, 1)$.

Par suite, les vecteurs $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{BG}$ ont pour coordonnées respectives $(1, 0, 1)$ et $(0, 1, 1)$. On en déduit que

$$\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BG} = 1 \times 0 + 0 \times 1 + 1 \times 1 = 1.$$

La bonne réponse est la réponse c).

Explication 3. Dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AE})$, les coordonnées respectives des points A, F et H sont $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 1)$, $(0, 1, 1)$.

Puisque $x_A + y_A + z_A - 1 = -1 \neq 0$, le point A n'appartient pas au plan de la proposition a).

Par contre, le point A appartient aux plans des propositions b), c) et d).

$x_F - y_F + z_F = 2 \neq 0$. Donc le point F n'appartient pas au plan de la proposition b).

$-x_H + y_H + z_H = 2 \neq 0$. Donc le point H n'appartient pas au plan de la proposition c).

La bonne réponse est donc nécessairement la réponse d). Notons que $x_A + y_A - z_A = x_F + y_F - z_F = x_G + y_G - z_G = 0$ et donc une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ est effectivement $x + y - z = 0$.

Explication 4. Puisqu'une équation cartésienne du plan $\mathcal{P}$ est $x + y - z = 0$, un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$ est le vecteur $\vec{n}(1, 1, -1)$.

Le vecteur $\overrightarrow{EC}$ a pour coordonnées $(1, 1, -1)$ et donc le vecteur $\overrightarrow{EC}$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$. Comme le vecteur $\overrightarrow{EL}$ est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{EC}$, le vecteur $\overrightarrow{EL}$ est aussi un vecteur normal au plan $\mathcal{P}$. La bonne réponse est la réponse b).

Explication 5. Une représentation paramétrique de la droite (EC) est $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Soit donc $M(t, t, 1 - t)$,

$t \in \mathbb{R}$, un point de la droite (EC).

$$M \in \mathcal{P} \Leftrightarrow t + t - (1 - t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

Quand $t = \frac{1}{3}$, on obtient les coordonnées du point L : $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$. Ceci peut encore s'écrire $\overrightarrow{AL} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AE}$.

La bonne réponse est la réponse d).