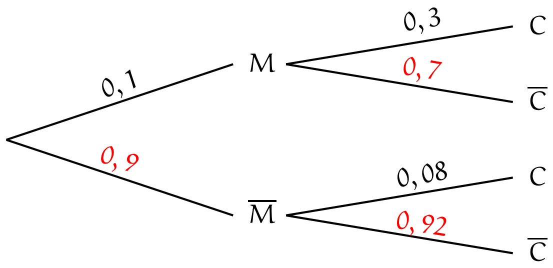
Amérique du sud. Novembre 2013. Enseignement spécifique

EXERCICE 4 : corrigé

Partie A

1) a) Représentons la situation par un arbre de probabilités.



$$P(M\cap C) = P(M)\times P_M(C) = 0,1\times 0,3 = 0,03.$$

b) D'après la formule des probabilités totales,

$$P(C) = P(M\cap C) + P\left(\overline{M}\cap C\right) = P(M)\times P_M(C) + P\left(\overline{M}\right)\times P_{\overline{M}}(C)$$
$$= 0,1\times 0,3 + (1-0,1)\times 0,08 = 0,03 + 0,072 = 0,102.$$

$$\boxed{P(C) = 0,102.}$$

2) La probabilité demandée est $P_C(M)$.

$$P_C(M) = \frac{P(M\cap C)}{P(C)} = \frac{0,03}{0,102} = \frac{30}{102} = \frac{15}{51} = 0,2941 \text{ arrondi à } 10^{-4}.$$

$$\boxed{P_C(M) = 0,2941 \text{ arrondi à } 10^{-4}.}$$

Partie B

1) La taille de l'échantillon est suffisament petite par rapport à celle de la population pour que l'on puisse considérer les choix des quatre cents personnes de l'échantillon comme indépendants les uns des autres.

X suit une loi binomiale. En effet,

- 400 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues à savoir « la personne choisie présente une malformation cardiaque de type anévrisme » avec une probabilité $p = 0,1$ et « la personne choisie ne présente pas une malformation cardiaque de type anévrisme » avec une probabilité $1 - p = 0,9$.

Donc, X suit une loi binomiale de paramètres $n = 400$ et $p = 0,1$.

2) La calculatrice fournit $P(X = 35) = 0,0491$ arrondi à 10^{-4}.

3) La probabilité demandée est $p(X \geqslant 30)$. La calculatrice fournit

$$P(X \geqslant 30) = 1 - p(X \leqslant 29) = 0,9643 \text{ arrondi à } 10^{-4}.$$

Partie C

1) Ici, $n = 400$ et $p = 0,1$. On note que $n \geqslant 30$ puis que $np = 40$ et donc $np \geqslant 5$ et que $n(1-p) = 360$ et donc que $n(1-p) \geqslant 5$. L'intervalle de fluctuation asymptotique de la variable aléatoire F au seuil de 95% est

$$\left[p - 1,96\frac{\sqrt{p\times(1-p)}}{\sqrt{n}}, p + 1,96\frac{\sqrt{p\times(1-p)}}{\sqrt{n}}\right] = \left[0,1 - 1,96\frac{\sqrt{0,1\times 0,9}}{\sqrt{400}}; 0,1 + 1,96\frac{\sqrt{0,1\times 0,9}}{\sqrt{400}}\right] = [0,0706; 0,1294].$$

2) La fréquence observée est $f = \dfrac{60}{400} = 0,25$. Cette fréquence n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation. On peut en conclure que cet échantillon n'est pas représentatif de la population au risque de se tromper de 5 %.

