

EXAMEN DE PHYSIQUE**EXERCICE I (Effet Doppler)**

1) La relation Doppler est identique pour les ondes acoustiques et les ondes lumineuses. Un automobiliste se rapproche d'un feu rouge. A quelle vitesse doit-il rouler pour le voir de couleur orange ($\lambda' \leq 615 \text{ nm}$) au lieu de rouge ($\lambda \geq 625 \text{ nm}$) ? On rappelle que la vitesse de la lumière est $c = 3.10^8 \text{ m/s}$ et on négligera tous les effets relativistes.

On a $\lambda = \frac{c}{\nu}$ et $\lambda' = \frac{c}{\nu'}$. On en déduit que $\frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\nu'}{\nu}$

Et la relation Doppler $\nu' = \nu \frac{1 - \frac{V_r}{c} \cos(\theta_r)}{1 - \frac{V_s}{c} \cos(\theta_s)}$

Dans ce problème, la source (le feu) est fixe. $V_s = 0$ et $\theta_s = 0$.

Le récepteur (l'automobiliste) se déplace à V_r en direction opposée à celle de la lumière $\theta_r = \pi$

On a donc :

$$\nu' = \nu \left(1 - \frac{V_r}{c} \cos(\theta_r) \right) = \nu \left(1 + \frac{V_r}{c} \right) \text{ d'où } \frac{\nu'}{\nu} = 1 + \frac{V_r}{c} \text{ et}$$

$$V_r = c \left(\frac{\nu'}{\nu} - 1 \right) = c \left(\frac{\lambda}{\lambda'} - 1 \right) = 3.10^8 \left(\frac{625}{615} - 1 \right) \approx 4878 \text{ km/s}$$

2) La vitesse est limitée à 90 km/h. L'automobiliste a le choix entre payer une amende forfaitaire de 3500 € pour non respect du feu rouge ou de 0,001€ par km/h au-dessus de la vitesse limite pour excès de vitesse. Quel est le choix le plus économique ?

$$4878 \text{ km/s} \Rightarrow 4878 \times 3600 = 17560800 \text{ km/h}$$

Le tarif de l'excès de vitesse est donc de $(17560800 - 90) \times 0,001 = 17560,71 \text{ €}$

L'amende pour non respect du feu rouge est donc plus économique.

EXERCICE II (ondes acoustiques)

On donne : vitesse du son dans l'air = 330 m/sec

densité de l'air 1,2 kg/m³

1) On considère un axe **Ox** sur lequel on place en **x = 0** un haut parleur vibrant à une fréquence de 33 Hz. Il en résulte une onde plane acoustique qui se propage dans la direction des x croissants. Calculer la pulsation, le vecteur d'onde et la longueur d'onde (on n'oubliera pas les unités)

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2 * 3,1416 * 33}{330} = 0,628 \text{ m}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = 10 \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi\nu = 207,34 \text{ rad / s}$$

2) La surpression maximale est de $P_0 = 10^{-2}$ Pa. Exprimer l'équation de l'onde acoustique en fonction de **x** et **t**. On choisira comme origine temporelle l'instant où la surpression est maximum (+10⁻² Pa) au niveau du haut-parleur.

$$P(x,t) = P_0 \cos(\omega t - kx) = \text{Re} \left(P_0 e^{i(\omega t - kx)} \right) = 0.01 \text{Re} \left(e^{i(207,35t - 0,628x)} \right) = 0.01 \cos(207,35t - 0,628x) \text{ Pa}$$

3) Exprimer les équations horaires des points situés à 2,5 m, 5 m et 10 m du haut-parleur

$$P(2,5,t) = P\left(\frac{\lambda}{4}, t\right) = 10e^{i\left(\omega t - \frac{k\lambda}{4}\right)} = 10^{-2} e^{i\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)} = 10^{-2} e^{i(\omega t)} e^{i\left(\frac{\pi}{2}\right)} = 10ie^{i(\omega t)}$$

$$P(2,5,t) = \text{Re} \left(10^{-2} i e^{i(\omega t)} \right) = -10^{-2} \sin(\omega t) = 10^{-2} \sin(\omega t + \pi) \text{ Pa}$$

$$P(5,t) = P\left(\frac{\lambda}{2}, t\right) = 10e^{i\left(\omega t - \frac{k\lambda}{2}\right)} = 10e^{i(\omega t - \pi)} = 10e^{i(\omega t)} e^{i(\pi)} = -10e^{i(\omega t)}$$

$$P(5,t) = -10^{-2} \cos(\omega t) = 10^{-2} \cos(\omega t + \pi) \text{ Pa}$$

$$P(10,t) = P(\lambda, t) = 10^{-2} \cos(\omega t) \text{ Pa}$$

4) On place à $x = -2,5 \text{ m}$ (donc en amont de ce haut-parleur) un second haut-parleur émettant un signal identique. On suppose que cette seconde onde sonore traverse le premier haut parleur sans être perturbée. Montrer que le signal résultant de la somme des ondes émises

par ces deux hauts parleur est une onde plane que l'on peut écrire sous la forme

$P(x,t) = \tilde{P}_0 e^{i(\omega t - kx)}$, $\tilde{P}_0$ étant un nombre complexe que l'on précisera.

$$P_1(x,t) = P_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

$$P_2(x,t) = P_0 e^{i(\omega t - k(x+2,5))}$$

$$P(x,t) = P_0 e^{i(\omega t - kx)} + P_0 e^{i(\omega t - k(x+2,5))} = P_0 e^{i(\omega t - kx)} (1 + e^{-i2,5k})$$

$$k = \frac{2\pi}{10} \Rightarrow 2,5k = \frac{\pi}{2}$$

$$P(x,t) = \tilde{P}_0 e^{i(\omega t - kx)} \text{ avec } \tilde{P}_0 = P_0 \left(1 + e^{-i\frac{\pi}{2}} \right)$$

5) Exprimer l'intensité totale en fonction de P_0 et de Z , l'impédance de l'air (puis application numérique)

$$I = \frac{\langle P_0^2 \rangle}{2Z} = \frac{P_0^2 \left(1 + e^{-i\frac{\pi}{2}} \right) \left(1 + e^{i\frac{\pi}{2}} \right)}{2Z} = \frac{P_0^2 \left(2 + 2 \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \right)}{2Z} = \frac{P_0^2}{Z}$$

$$\frac{P_0^2}{Z} = \frac{P_0^2}{\rho \cdot c} = \frac{10^{-4}}{330 \cdot 1,2} \approx 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ W.m}^{-2}$$

6) On déplace le second H.P. à $x = -5 \text{ m}$. Calculer la nouvelle amplitude de l'onde résultante.

$$P_1(x,t) = P_0 e^{i(\omega t - kx)}$$

$$P_2(x,t) = P_0 e^{i(\omega t - k(x+5))}$$

$$P(x,t) = P_0 e^{i(\omega t - kx)} + P_0 e^{i(\omega t - k(x+5))} = P_0 e^{i(\omega t - kx)} (1 + e^{-i5k})$$

$$|P(x,t)|^2 = P_0^2 (1 + e^{-i5k}) (1 + e^{i5k}) = 2P_0^2 (1 + \cos(5k)) = 2P_0^2 \left(1 + \cos\left(5 \frac{2\pi}{\lambda}\right) \right) = 2P_0^2 (1 + \cos(\pi)) = 0$$

7) Justifier votre résultat

La seconde source, placée à 5m est distante d'une demi longueur d'onde (10m) de la première. Les deux sources se trouvent donc en opposition de phase. Le signal émis étant identique dans chaque cas, la résultante est nulle.

Le second haut parleur est maintenant placé face au premier, à $x = +20 \text{ m}$. Il émet donc une onde acoustique dans la direction opposée à celle émise par le premier. Ecrire l'équation de l'onde sonore résultante des deux haut-parleurs (conseil, écrire chaque onde avec sa propre coordonnée spatiale, x et x' , puis faire un changement de variable pour exprimer les deux ondes avec la même coordonnée)

$$P(x, t) = P_0 e^{i(\omega t - kx)} + P_0 e^{i(\omega t + k(x - 20))}$$

8) De quel type d'onde s'agit il, **justifier votre réponse** ?

Une onde stationnaire car c'est la somme de deux ondes identiques se propageant dans des directions opposées.

9) Où faut-il se placer pour n'entendre aucun son ?

Aux nœuds de l'onde stationnaire, c'est à dire tous les $\lambda/2 = 5\text{m}$ à partir des sources.

10) Combien de positions répondent à cette condition (pas de son audible) ?

En comptant les hauts parleurs, cette condition est remplie pour $x = 0, 5, 10, 15 \text{ et } 20 \text{ m}$, il y a donc 5 positions (3 si, logiquement, on exclue les H.P.).