

Rochambeau 2012. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 (5 points) (commun à tous les candidats)

Dans une association sportive, un quart des femmes et un tiers des hommes adhèrent à la section tennis. On sait également que 30% des membres de cette association adhèrent à la section tennis.

Partie A

On choisit au hasard un membre de cette association et on note :

F l'événement « le membre choisi est une femme »,

T l'événement « le membre choisi adhère à la section tennis ».

- 1) Montrer que la probabilité de l'événement F est égale à $\frac{2}{5}$.
- 2) On choisit un membre parmi les adhérents à la section tennis.
Quelle est la probabilité que ce membre soit une femme ?

Partie B

Pour financer une sortie, les membres de cette association organisent une loterie.

- 1) Chaque semaine, un membre de l'association est choisi au hasard et de manière indépendante pour tenir la loterie.
 - a) Déterminer la probabilité pour qu'en quatre semaines consécutives, il y ait exactement deux fois un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.
 - b) Pour tout entier naturel n non nul, on note p_n la probabilité qu'en n semaines consécutives, il y ait au moins un membre qui adhère à la section tennis parmi les membres choisis.

Montrer que pour tout entier n non nul, $p_n = 1 - \left(\frac{7}{10}\right)^n$.

- c) Déterminer le nombre minimal de semaines pour que $p_n \geq 0,99$.
- 2) Pour cette loterie, on utilise une urne contenant 100 jetons ; 10 jetons exactement sont gagnants et rapportent 20 euros chacun, les autres ne rapportent rien.

Pour jouer à cette loterie, un joueur doit payer 5 € puis tire au hasard successivement avec remise deux jetons de l'urne : il reçoit alors 20 euros par jeton gagnant. Les deux jetons sont ensuite remis dans l'urne.

On note X la variable aléatoire associant le gain algébrique (déduction faite des 5 €) réalisé par un joueur lors d'une partie à cette loterie.

- a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
- b) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X et interpréter le résultat obtenu.