Réunion 2011. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 : corrigé

1.	**Réponse 2**
2.	**Réponse 4**
3.	**Réponse 3**
4.	**Réponse 4**

Explication 1. Soit $M(-8+2t, 7-t, 6+t)$, $t \in \mathbb{R}$, un point de $\mathscr{D}$.

$$2x_M + 3y_M - z_M + 4 = 2(-8+2t) + 3(7-t) - (6+t) + 4 = 3.$$

Donc, pour tout point M de $\mathscr{D}$, $2x_M + 3y_M - z_M + 4 \neq 0$ et le plan $\mathscr{P}$ et la droite $\mathscr{D}$ n'ont aucun point commun. La bonne réponse est la réponse 2.

Explication 2. Le plan $\mathscr{P}$ est un plan de vecteur normal $\overrightarrow{n}(2,3,-1)$ et le plan $\mathscr{P}'$ est un plan de vecteur normal $\overrightarrow{n}'(1,4,-3)$. Ces vecteurs ne sont pas colinéaires et donc les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont sécants en une droite (D). Un vecteur directeur de (D) doit être orthogonal à $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n}'$.

$$(-1)\times 2 + 1 \times 3 + 2 \times (-1) = -2 + 3 - 2 = -1 \neq 0.$$

Donc le vecteur de coordonnées $(-1,1,2)$ n'est pas orthogonal à $\overrightarrow{n}$ et par suite n'est pas un vecteur directeur de (D). La bonne réponse est donc nécessairement la dernière. Vérifions le.

$$(-1)\times 2 + 1 \times 3 + 1 \times (-1) = -2 + 3 - 1 = 0 \text{ et } (-1)\times 1 + 1 \times 4 + 1 \times (-3) = -1 + 4 - 3 = 0.$$

Le vecteur de coordonnées $(-1,1,1)$ est effectivement orthogonal à $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n}'$ et donc est effectivement un vecteur directeur de (D). La bonne réponse est la réponse 4.

Explication 3. Soit $M(x,y,z)$ un point de l'espace.

$$\begin{aligned}
MA = MB &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = (x+3)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 \\
&\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 8z + 1 + 4 + 16 = x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 8y - 2z + 9 + 16 + 1 \\
&\Leftrightarrow -8x + 4y + 10z - 5 = 0 \Leftrightarrow -4x + 2y + 5z - \frac{5}{2} = 0.
\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse 3.

Explication 4. Un vecteur normal au plan $\mathscr{P}$ est le vecteur $\overrightarrow{n}(2,3,-1)$. La droite Δ passant par A est perpendiculaire à $\mathscr{P}$ est la droite passant par $A(1,2,-4)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{n}(2,3,-1)$.

Le point H est le point d'intersection de Δ et de $\mathscr{P}$. Une représentation paramétrique de Δ est

$$\left\{\begin{array}{l} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -4 - t \end{array}\right., \ t \in \mathbb{R}.$$

Soit $M(1+2t, 2+3t, -4-t)$, $t \in \mathbb{R}$, un point de Δ.

$$M \in \mathscr{P} \Leftrightarrow 2(1+2t) + 3(2+3t) - (-4-t) + 4 = 0 \Leftrightarrow 14t + 16 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{8}{7}.$$

Quand $t = -\frac{8}{7}$, on obtient les coordonnées du point H : $\left(-\frac{9}{7}, -\frac{10}{7}, -\frac{20}{7}\right)$. La bonne réponse est la réponse 4.

