Liban 2011. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 : corrigé

1. a) **Réponse D**

1. b) **Réponse B**

1. c) **Réponse A**

2. a) **Réponse A**

2. b) **Réponse B**

2. c) **Réponse A**

Explication 1. a) On note N (respectivement B) l'événement « l'ordinateur choisi est noir (respectivement blanc) » et M_1 (respectivement M_2) l'événement « l'ordinateur choisi est de la marque M_1 (respectivement M_2) ». La probabilité demandée est $p(M_2 \cap N)$.

L'énoncé donne $p\left(\overline{M_2}\right) = p(M_1) = 0,7$ et donc $p(M_2) = 0,3$. L'énoncé donne aussi $p_{M_2}\left(\overline{N}\right) = p_{M_2}(B) = 0,2$ et donc $p_{M_2}(N) = 0,8$. On a

$$p(M_2 \cap N) = p(M_2) \times p_{M_2}(N) = 0,3 \times 0,8 = 0,24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}.$$

.
La bonne réponse est la réponse D.

Explication 1. b) La probabilité demandée est $p(N)$. La formule des probabilités totales permet d'écrire

$$\begin{aligned} p(N) &= p(N \cap M_1) + p(N \cap M_2) = p(M_1) \times p_{M_1}(N) + p(M_2) \times p_{M_2}(N) = 0,7 \times 0,6 + 0,3 \times 0,8 \\ &= 0,42 + 0,24 = 0,66 = \frac{66}{100} = \frac{33}{50}. \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse B.

Explication 1.c) La probabilité demandée est $p_N(M_2)$.

$$p_N(M_2) = \frac{p(M_2 \cap N)}{p(N)} = \frac{6/25}{33/50} = \frac{6}{25} \times \frac{50}{33} = \frac{4}{11}.$$

La bonne réponse est la réponse A.

Explication 2. a) La probabilité d'obtenir trois boules jaunes est $\left(\frac{4}{9}\right)^3$, la probabilité d'obtenir trois boules rouges est $\left(\frac{2}{9}\right)^3$ et la probabilité d'obtenir trois boules bleues est $\left(\frac{3}{9}\right)^3$. La probabilité d'obtenir trois boules de même couleur est donc

$$\left(\frac{4}{9}\right)^3 + \left(\frac{2}{9}\right)^3 + \left(\frac{3}{9}\right)^3 = \frac{64 + 8 + 27}{9^3} = \frac{99}{9^3} = \frac{11}{9^2} = \frac{11}{81}.$$

La bonne réponse est la réponse A.

Explication 2. b) Les tirages fournissant trois boules de couleurs différentes sont JRB, JBR, BJR, BRJ, RJB et RBJ. Chacun de ces six tirages a la probabilité $\frac{4}{9} \times \frac{2}{9} \times \frac{3}{9}$ d'être obtenu. La probabilité d'obtenir trois boules de couleurs différentes est donc

$$6 \times \frac{4}{9} \times \frac{2}{9} \times \frac{3}{9} = \frac{16}{81}.$$

La probabilité d'obtenir trois boules de couleurs différentes est donc $\frac{16}{81}$.
La bonne réponse est la réponse B.

Explication 2. c) On note n le nombre de fois que l'expérience est effectuée et X le nombre de fois que l'on obtient 3 boules bleues. Cette expérience suit un schéma de Bernoulli. En effet, on effectue n fois une même expérience, de manière indépendante, et à chaque expérience, on a deux éventualités « obtenir trois boules bleues » avec une probabilité $p = \left(\frac{3}{9}\right)^3 = \frac{1}{27}$ et « ne pas obtenir trois boules bleues » avec une probabilité $1 - p = \frac{26}{27}$.
La probabilité d'obtenir au moins une fois trois boules bleues en n essais est

$$p(X \geqslant 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \left(\frac{26}{27}\right)^n.$$

Ensuite,

$$\begin{aligned}
p(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 &\Leftrightarrow 1 - \left(\frac{26}{27}\right)^n \geqslant 0,99 \Leftrightarrow \left(\frac{26}{27}\right)^n \leqslant 0,01 \Leftrightarrow \left(\frac{27}{26}\right)^n \geqslant 100 \\
&\Leftrightarrow \ln\left(\left(\frac{27}{26}\right)^n\right) \geqslant \ln(100) \Leftrightarrow n\ln\left(\frac{27}{26}\right) \geqslant \ln(100) \Leftrightarrow n \geqslant \frac{\ln(100)}{\ln(27/26)} \\
&\Leftrightarrow n \geqslant 122,02\ldots \Leftrightarrow n \geqslant 123.
\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse A.

