

Centres étrangers 2011. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 (5 points) (commun à tous les candidats)

On considère une droite D munie d'un repère (O, \vec{i}) .

Soit (A_n) la suite de points de la droite D ainsi définie :

- A_0 est le point O ;
- A_1 est le point d'abscisse 1 ;
- pour tout entier naturel n , le point A_{n+2} est le milieu du segment $[A_n A_{n+1}]$.

1) a) Placer sur un dessin la droite D , les points $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ et A_6 .
On prendra 10 cm comme unité graphique.

b) Pour tout entier naturel n , on note a_n l'abscisse du point A_n .
Calculer a_2, a_3, a_4, a_5 et a_6 .

c) Pour tout entier naturel n , justifier l'égalité : $a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + a_n}{2}$.

2) Démontrer par récurrence, que pour tout entier n , $a_{n+1} = -\frac{1}{2}a_n + 1$.

3) Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = a_n - \frac{2}{3}$.
Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{1}{2}$.

4) Déterminer la limite de la suite (v_n) , puis celle de la suite (a_n) .