# Antilles Guyane 2011. Enseignement spécifique

**EXERCICE 4 (5 points) (candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)**

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.
On considère la droite $D$ passant par le point $A$ de coordonnées $(3; -4; 1)$ et dont un vecteur directeur est $\vec{u}(1; -3; 1)$.
On considère la droite $D'$ dont une représentation paramétrique est :

$$\left\{\begin{array}{l} x = -1 - t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{array}\right. \quad (t \in \mathbb{R}).$$

On admet qu'il existe une unique droite $\Delta$ perpendiculaire aux droites $D$ et $D'$.
On se propose de déterminer une représentation paramétrique de cette droite $\Delta$ et de calculer la distance entre les droites $D$ et $D'$, distance qui sera définie à la question **5)**

On note $H$ le point d'intersection des droites $D$ et $\Delta$, $H'$ le point d'intersection des droites $D'$ et $\Delta$.
On appelle $P$ le plan contenant la droite $D$ et la droite $\Delta$. On admet que le plan $P$ et la droite $D'$ sont sécants en $H'$. Une figure est donnée en **annexe 2.**

**1)** On considère le vecteur $\vec{w}$ de coordonnées $(1; 0; -1)$. Démontrer que $\vec{w}$ est un vecteur directeur de la droite $\Delta$.

**2)** Soit $\vec{n}$ le vecteur de coordonnées $(3; 2; 3)$.

**a)** Démontrer que le vecteur $\vec{n}$ est normal au plan $P$.

**b)** Montrer qu'une équation cartésienne du plan $P$ est $3x + 2y + 3z - 4 = 0$.

**3) a)** Démontrer que le point $H'$ a pour coordonnées $(-1; 2; 1)$.

**b)** En déduire une représentation paramétrique de la droite $\Delta$.

**4) a)** Déterminer les coordonnées du point $H$.

**b)** Calculer la longueur $HH'$.

**5)** *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

L'objectif de cette question est de montrer que, pour tout point $M$ appartenant à $D$ et tout point $M'$ appartenant à $D'$, $MM' \geqslant HH'$.

**a)** Montrer que $\overrightarrow{MM'}$ peut s'écrire comme la somme de $\overrightarrow{HH'}$ et d'un vecteur orthogonal à $\overrightarrow{HH'}$.

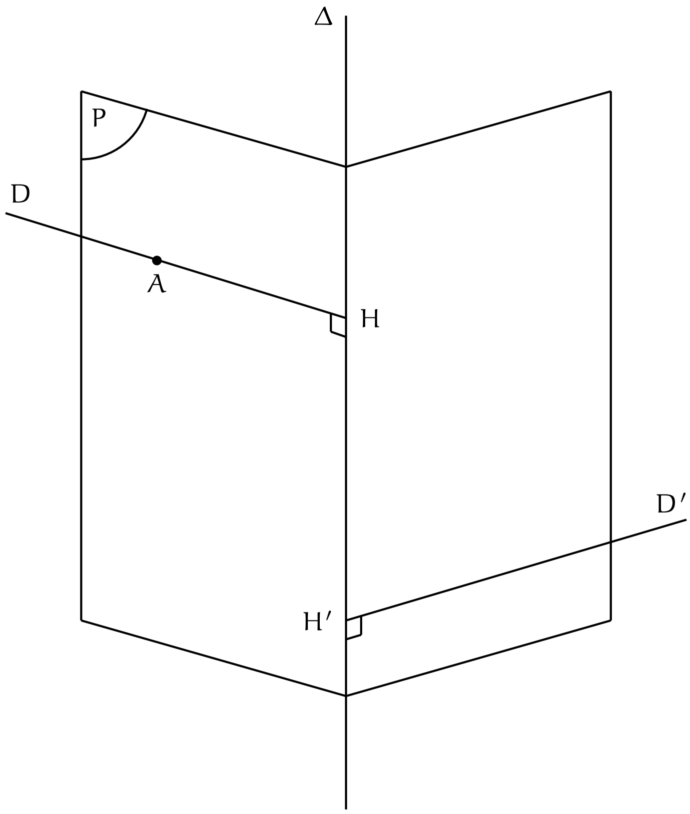
**b)** En déduire que $\left\|\overrightarrow{MM'}\right\|^2 \geqslant \left\|\overrightarrow{HH'}\right\|^2$ et conclure.

*La longueur $HH'$ réalise donc le minimum des distances entre un point de $D$ et un point de $D'$. On l'appelle distance entre les droites $D$ et $D'$.*

 © Jean-Louis Rouget, 2014. Tous droits réservés.

**FEUILLE ANNEXE**

**Annexe 2, exercice 4**
**Commun à tous les candidats**




 © Jean-Louis Rouget, 2014. Tous droits réservés.