Devoir surveillé n°8 bis

Exercice 1 – 8 points

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. On considère les points A(0 ; 4 ; −1), B(−2 ; 4 ; −5), C(1 ; 1 ; −5), D(1 ; 0 ; −4) et E(2 ; 2 ; −1) ainsi que le plan $\mathcal{P}$ d'équation $3x-2y+2z+2=0$

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer, en justifiant, si elles sont vraies ou fausses.

1) Une équation du plan (ABC) est $2x+2y-z-9=0$.
2) Le point E est projeté orthogonal de D sur (ABC).
3) Les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.
4) Le point $\Omega(-1\,;2\,;-3)$ est le centre d'une sphère passant par A, B, C et D.
5) L'angle $\widehat{A\Omega B}$ est égal à 96,4° au dixième de degré près.
6) Les plans $\mathcal{P}$ et (ABC) sont perpendiculaires.
7) La distance de D à $\mathcal{P}$ est égale à 2.
8) La distance de D à la droite d'intersection de $\mathcal{P}$ et (ABC) est égale à $\sqrt{\frac{19}{17}}$.

Exercice 2 – 12 points

Dans cet exercice, les parties A et B sont largement indépendantes.

Partie A – Restitution organisée de connaissance.

Pré-requis : Dans un repère orthonormal $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ de l'espace, si $\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$, alors $\|\vec{u}\|^2=x^2+y^2+z^2$

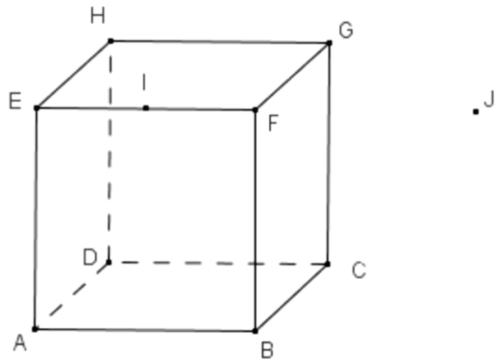
Démontrer que dans un repère orthonormal $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$ de l'espace, si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour coordonnées respectives $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix}x'\\y'\\z'\end{pmatrix}$,

alors $\vec{u}.\vec{v}=xx'+yy'+zz'$.

Partie B.

On considère un cube ABCDEFGH d'arête de longueur 1. On désigne par I le milieu de [EF] et par J le symétrique de E par rapport à F.

Dans toute cette partie, l'espace est rapporté au repère orthonormal $(A\,;\,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE})$



1. **a)** Déterminer les coordonnées de tous les points de la figure.

b) Vérifier que le vecteur $\overrightarrow{DJ}$ est un vecteur normal au plan (BGI).

c) En déduire une équation cartésienne du plan (BGI).

d) Calculer la distance du point F au plan (BGI).

2. On note Δ la droite passant par F et orthogonale à (BGI)

a) Montrer que la droite Δ et le plan (BGI) sont sécants en un point, noté L, de coordonnées $\left(\frac{2}{3}\,;\frac{1}{6}\,;\frac{5}{6}\right)$

b) *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Le point L est-il l'orthocentre du triangle BGI ?