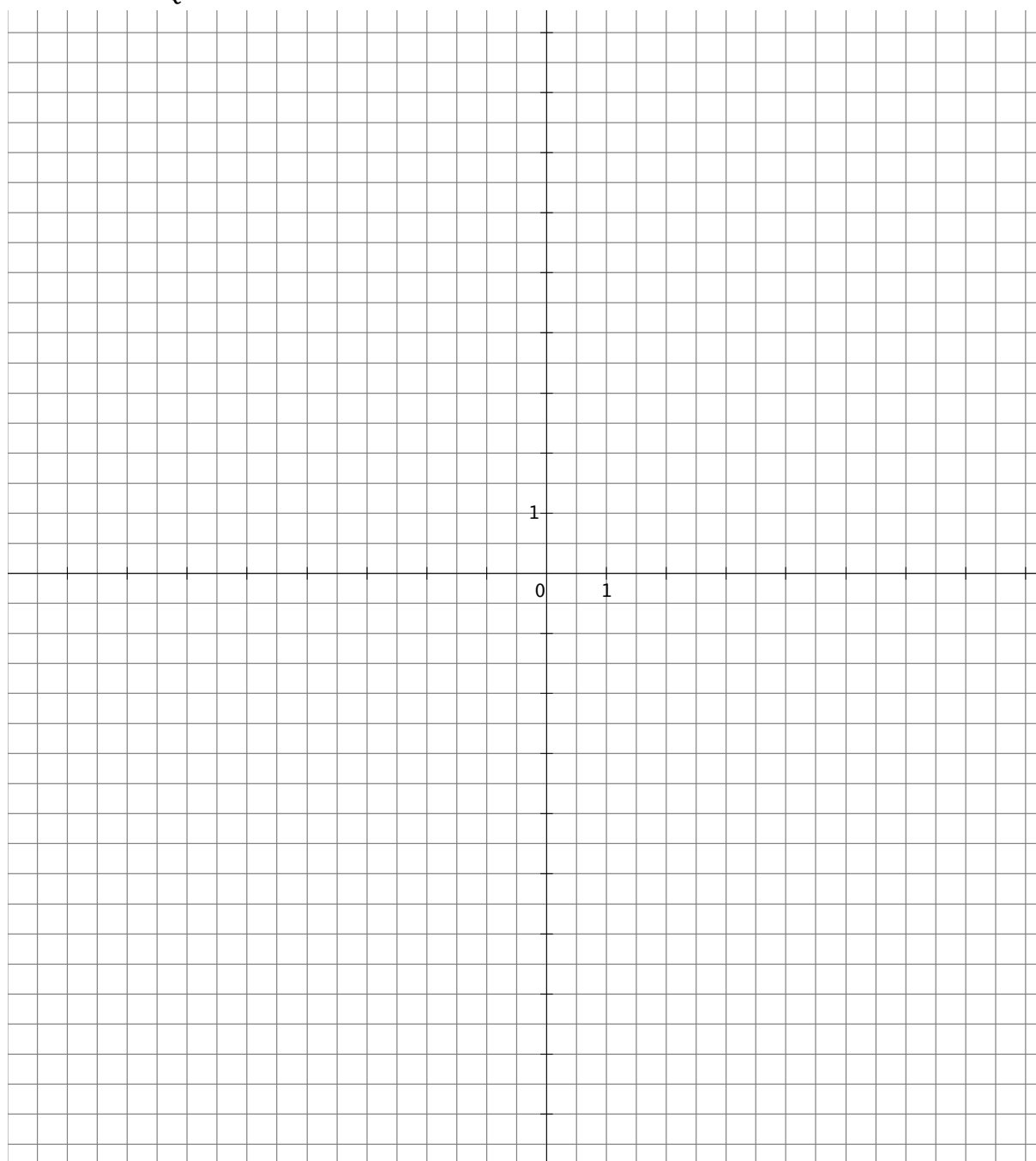


Devoir surveillé n°7

Exercice 1 – 6 points

Dans le plan complexe $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B, C et P d'affixes respectives $z_A = \frac{3}{2} + 6i$; $z_B = \frac{3}{2} - 6i$; $z_C = -3 - \frac{1}{4}i$ et $z_P = 3 + 2i$. On considère aussi le vecteur \vec{w} d'affixe $z_{\vec{w}} = -1 + \frac{5}{2}i$.

- 1) Déterminer l'affixe z_Q du point Q image de B par la translation de vecteur \vec{w} .
- 2) Déterminer l'affixe z_R du point R image de P par l'homothétie de centre C et de rapport $-\frac{1}{3}$.
- 3) Déterminer l'affixe z_S du point S image de P par la rotation de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
- 4) Réaliser une figure sur le graphique ci-dessous.
- 5) Démontrer que $PQRS$ est un parallélogramme.
- 6) Calculer $\frac{z_R - z_Q}{z_P - z_Q}$. En déduire la nature précise de $PQRS$.



Exercice 2 – 7 points

On considère le plan complexe $(O; \vec{u}; \vec{v})$ et les points A et B d'affixes respectives $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_B = 2i$. On note r la rotation de centre O qui transforme A en B . A tout point M d'affixe z , on note M' le point d'affixe z' , image de M par r .

1)

a. Calculer la forme algébrique de $\frac{z_B}{z_A}$. Interpréter géométriquement le module et l'argument de ce quotient. Que peut-on en déduire pour OAB ?

b. En déduire l'écriture complexe de la rotation r .

2) On considère Γ le cercle de centre A passant par O et Γ' le cercle de centre B passant par O . On note C le second point d'intersection de Γ et Γ' (autre que O).

a. Justifier que Γ' est l'image de Γ par r .

b. Calculer l'affixe z_I du milieu I de $[AB]$.

c. Déterminer la nature du quadrilatère $OACB$.

d. En déduire que I est le milieu de $[OC]$ et que $z_C = 1 + (2 + \sqrt{3})i$.

3) A tout point P d'affixe p du plan, on considère le point N d'affixe n image de B par la rotation r_1 de centre P et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a. Déterminer une expression de n en fonction de p .

b. On note Q le milieu de $[BN]$ et q son affixe. Montrer que $q = \left(\frac{1-i}{2}\right) \times p - 1 + i$

c. Calculer $|q + 1 - i|$. Que peut-on dire de Q lorsque P décrit le cercle de centre O et de rayon 2 ? Justifier la réponse.

Exercice 3 – 7 points

1) On considère une urne U_1 constituée de 6 boules rouges et 4 boules vertes, indiscernables au toucher. On tire simultanément deux boules de l'urne. Calculer la probabilité p_1 de l'événement « Les deux boules tirées ont la même couleur ».

2) On considère une urne U_2 constituée de 2 boules rouges et 8 boules vertes, indiscernables au toucher. On tire simultanément deux boules de l'urne. Calculer la probabilité p_2 de l'événement « Les deux boules tirées sont de couleurs différentes ».

3) On lance un dé à 6 faces équilibré. Si le résultat est 1 ou 2, on tire simultanément deux boules de l'urne U_1 et si le résultat est supérieur ou égal à 3, on tire simultanément deux boules de l'urne U_2 . On note A l'événement « Les deux boules tirées ont la même couleur ».

a. Construire un arbre représentant la situation.

b. Montrer que la probabilité de A est égale à $\frac{79}{135}$.

c. Calculer la probabilité que les boules aient été tirées dans l'urne U_2 sachant qu'elles sont de couleurs différentes.