

Devoir surveillé n°6**Exercice 1 – 8 points**

On considère la fonction f définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{2}x + \ln\left(\frac{x-1}{3x+4}\right)$.

- 1) Déterminer les limites en 1 et en $+\infty$ de f .
- 2) Etudier les variations de f .
- 3) Démontrer que la droite D d'équation $y = \frac{1}{2}x - \ln(3)$ est une asymptote oblique à \mathcal{C}_f .
- 4) Etudier les positions relatives de \mathcal{C}_f et D .

Exercice 2 – 12 points

On considère la fonction définie par $f(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x + 3)$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .
- 2) Montrer que $f(\ln(4)) = \ln(3)$.
- 3) Dans les questions qui suivent, on étudie f sur $I =]\ln(3); +\infty[$.
 - a. Etudier les limites de f en $\ln(3)$ et en $+\infty$.
 - b. Etudier les variations de f sur I .
 - c. Montrer que pour tout $x \in I$, $f(x) = 2x + \ln(1 - 4e^{-x} + 3e^{-2x})$
 - d. Montrer que la droite D d'équation $y = 2x$ est une asymptote oblique à \mathcal{C}_f .