

**Devoir surveillé n°2 bis****Exercice 1**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - \sqrt{6}}{x - 1} & \text{pour } x \neq 1 \\ \frac{\sqrt{6}}{6} & \text{pour } x = 1 \end{cases}$$

Démontrer que  $f$  est continue en 1.

**Exercice 2**

On considère la fonction  $f: x \mapsto \sqrt{1 - (2x + 1)^3}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de  $f$ .
- 2) Calculer la limite de  $f$  en  $-\infty$
- 3) Calculer la dérivée de  $f$ .
- 4) Etudier les variations de la fonction  $f$ .

**Exercice 3**

On considère la fonction  $f: x \mapsto x^4 + x^3 - x + 1$  sur  $\mathbb{R}$ .

- 1) Calculer la dérivée seconde  $f''$  de  $f$  et en déduire le tableau de variations de  $f'$ .
- 2) Démontrer que l'équation  $f'(x) = 0$  a une unique solution  $\alpha$  dans  $\mathbb{R}$ . Encadrer  $\alpha$  entre deux entiers.
- 3) Déterminer le signe de  $f'(x)$  et dresser le tableau de variations de  $f$ .
- 4) Démontrer, en utilisant l'encadrement obtenu à la question 2, que  $0 < f(\alpha) < 3$ .